

इकाई-3 सामग्री विश्लेषण की प्रक्रिया : सम्पादन, वर्गीकरण, संकेतीकरण तथा सारणीयन, माध्य प्रवृत्तियों की माप : समानान्तर माध्य, माध्यांक, बहुलक माध्य व मानक विचलन

इकाई की रूपरेखा :

- 3.0 परिचय
- 3.1 अधिगमन उद्देश्य
- 3.2 संरचना
- 3.3 सामग्री-विश्लेषण की परिभाषाएँ एवं अर्थ
- 3.4 विश्लेषण के आधार
- 3.5 विश्लेषण की प्रक्रिया के चरण
- 3.6 सम्पादन, वर्गीकरण, संकेतीकरण तथा सारणीयन
  - 3.6.1 वर्गीकरण
  - 3.6.2 संकेतीकरण
  - 3.6.3 सामग्री का सारणीयन
- 3.7 अपनी प्रगति जांचिए
- 3.8 अपनी प्रगति जांचिए के उत्तर
- 3.9 माध्य प्रवृत्तियों की माप : समानान्तर माध्य, माध्यांक, बहुलक माध्य व मानक विचलन
  - 3.9.1 सांख्यिकीय माध्य की उपयोगिता एवं उद्देश्य
  - 3.9.2 मध्यका
  - 3.9.3 भूयिष्ठक या बहुलक
- 3.10 अपनी प्रगति जांचिए
- 3.11 अपनी प्रगति जांचिए के उत्तर
- 3.12 सारांश
- 3.13 मुख्य शब्दावली
- 3.14 अभ्यास हेतु प्रश्न
- 3.15 आप ये भी पढ़ सकते हैं

### 3.0. परिचय :

वैज्ञानिक अनुसंधान में सामग्री के संकलन के बाद उसके व्यवस्थित विश्लेषण : सम्पादन, गुण-स्थान, वर्गीकरण, संकेतीकरण एवं सारिणीयन का कार्य अत्यन्त महत्त्व का कार्य है। तथ्यों का संकलन जितना महत्त्वपूर्ण होता है। उनका विश्लेषण भी उतना ही महत्त्व का कार्य है। इस सत्य को जे. एच. पाइनकर ने निम्नलिखित शब्दों में स्पष्ट किया है, "जिस प्रकार से एक मकान का निर्माण पत्थरों से होता है उसी प्रकार से विज्ञान का निर्माण भी आँकड़ों से होता है, लेकिन जिस प्रकार पत्थरों के ढेर को मकान नहीं कहा जा सकता है उसी प्रकार से मात्र तथ्यों के संकलन से ही विज्ञान का निर्माण नहीं हो सकता।" तथ्यों या सामग्री का मात्र संकलन विज्ञान के लिए महत्त्व नहीं रखता है जब तक कि उनका क्रमबद्ध एवं तार्किक कार्य-कारण सम्बन्धों के अनुसार विश्लेषण एवं सामान्यीकरण नहीं किया जाता है। यंग (Young) ने लिखा है, "वैज्ञानिक विश्लेषण की यह मान्यता रही है कि संकलित सामग्री के पीछे, स्वयं सामग्री से अधिक महत्त्वपूर्ण व्यक्त होने वाली और चीज है। अगर इस व्यवस्थित सामग्री को सम्पूर्ण अध्ययन से सम्बद्ध किया जाए तो इनका एक महत्त्वपूर्ण सामान्य अर्थ ज्ञात हो सकता है।" इन विद्वानों के कथनों से स्पष्ट हो जाता है कि अनुसंधान में सामग्री का विश्लेषण विशिष्ट महत्त्व का कार्य है। सामग्री के द्वारा समस्या का हल एवं प्राक्कल्पना का निर्माण तभी संभव है जब एकत्र सामग्री का विश्लेषण एवं व्यख्या की जाए। गुडे तथा हॉट (Goode and Hatt) के अनुसार "जो अनुसंधानकर्ता शोध प्ररचना से पूर्ण रूपेण परिचित है उसे अपने तथ्यों के विश्लेषण में कोई कठिनाई नहीं होगी।" इसके अतिरिक्त सांख्यिकीय विश्लेषण द्वारा संकलित आँकड़ों का माध्य ज्ञात करना माध्यिका तथा बहुलक निकालना हो सकते हैं। मध्यमान एक गणितीय माप है। जबकि मध्यांक और बहुलांक स्थितीय माप। ये माप आँकड़ों को सरलतापूर्वक उनकी तुलना व विश्लेषण कर निष्कर्ष निकालने के उद्देश्य से महत्त्वपूर्ण होते हैं। अतः इस इकाई के अन्तर्गत, आँकड़ों के विश्लेषण उनको व्यवस्थित करने वाली प्रक्रियाएं सम्पादन, वर्गीकरण, संकेतीकरण व सारिणीयन तथा आँकड़ों के सांख्यिकी विश्लेषण में माध्य, माध्यिका व बहुलक का विस्तृत वर्णन किया गया है।

### 3.1. अधिगमन उद्देश्य :

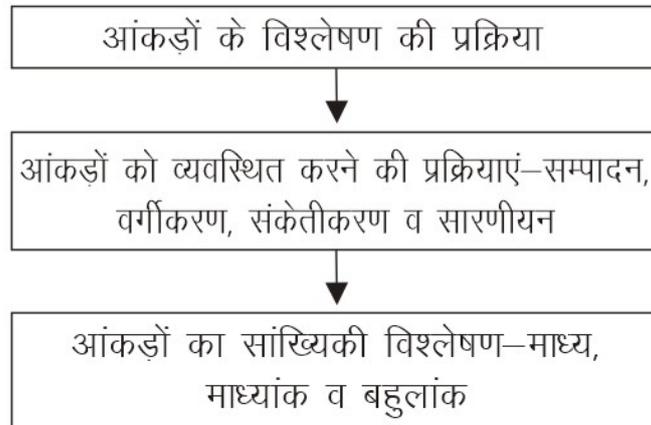
प्रस्तुत इकाई के अध्ययन के उपरान्त आप निम्नलिखित उद्देश्यों को अच्छी तरह समझ सकेंगे :

- सामग्री विश्लेषण प्रक्रिया का अर्थ व आधार
- सामग्री विश्लेषण प्रक्रिया के चरण
- आँकड़ों के संपादन की प्रक्रिया
- आँकड़ों के वर्गीकरण की विस्तृत प्रक्रिया
- आँकड़ों के संकेतीकरण का विस्तृत वर्णन
- आँकड़ों के सारिणीयन की प्रक्रिया
- आँकड़ों का सांख्यिकीय विश्लेषण—माध्य, माध्यांक व बहुलांक को जान

पाएँगे।

### 3.2. संरचना :

संरचना किसी भी विषय से संबंधित सामग्री को व्यवस्थित व क्रमबद्ध रूप से लगाने की प्रक्रिया है जिससे वह अधिक सुस्पष्ट व बोधगम्य बन सके। प्रस्तुत इकाई में आँकड़ों के विश्लेषण की प्रक्रिया का विस्तारपूर्वक वर्णन किया गया है। इसमें आँकड़ों के सांख्यिकीय विश्लेषण की माध्य प्रवृत्तियों के माप की इकाइयों को भी शामिल किया गया है। प्रस्तुत इकाई का संरचनात्मक ढांचा इस प्रकार है –



### 3.3 सामग्री—विश्लेषण की परिभाषाएँ एवं अर्थ

#### (Definitions and Meaning of Data Analysis)

सामग्री—विश्लेषण की परिभाषाएँ विभिन्न समाज शास्त्रियों ने अलग—अलग दी हैं, जो इस प्रकार हैं :

1. कर्लिजर के अनुसार, “विश्लेषण का अर्थ अनुसंधान के प्रश्नों का सामग्री की कोटियों, क्रमबद्धता, जोड़—तोड़ और संक्षिप्तीकरण करके उत्तर प्राप्ति करना है।”

2. यंग ने लिखा है, “व्यवस्थित विश्लेषण यद्यपि एक विशेष प्रक्रिया है जिसका उपयोग उस समय किया जाता है जब एकत्र तथ्यों के सम्पूर्ण आकार—तथ्य एवं विचार, आँकड़े एवं विचार—पास में होते हैं।” उन्होंने विश्लेषण के अर्थ को और स्पष्ट करते हुए आगे लिखा, “व्यवस्थित विश्लेषण का कार्य एक बौद्धिक भवन का निर्माण करना है जिसमें तथ्य और आँकड़े ठीक से परखने के बाद विभाजित किये जाते हैं। एवं उन्हें उनके उपयुक्त स्थान पर तर्कसंगत और दृश्य विधान के अनुसार रखा जाता है जिससे कि सामान्य निष्कर्ष निकाले जा सकें—जो कि एक परिपक्व विज्ञान का एक लक्ष्य है।”

सामग्री विश्लेषण के सम्बन्ध में मोजर ने अपने निम्नलिखित विचार व्यक्त किए हैं—

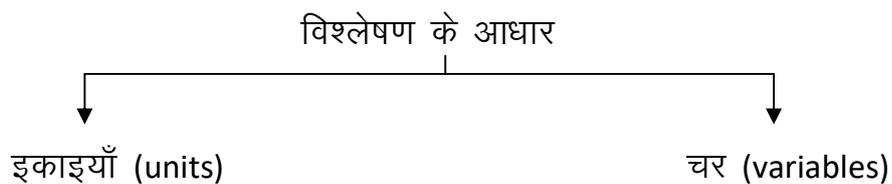
1. उनका कथन है कि सामाजिक अनुसंधान की प्रक्रिया में एकत्र की गई सामग्री का विश्लेषण आवश्यक रूप से सांख्यिकीय ही नहीं होता। जिस सीमा तक हम सम्पूर्णता में अभिरुचि रख कर वैयक्तिक इकाइयों में अभिरुचि रखते हैं, उसी सीमा तक विश्लेषण तथा मूल्यांकन के गैर—परिमाणात्मक तरीकों को प्राथमिकता प्रदान करते हैं।
2. विश्लेषण का एक बड़ा भाग सांख्यिकीय आवंटनों को ज्ञात करने, चित्रों को बनाने, एवं औसतों, प्रसार के मापों, प्रतिशतांकों, सहसम्बन्ध गुणांकों के समान सरल मापों की गणना करने से संबन्धित होता है। इस प्रक्रिया को विश्लेषण की आधारणा से जोड़ना बहुत कृत्रिमता भरी बात है। क्योंकि ये माप अध्ययन की गई इकाइयों का मात्र विवरण देते हैं, इसलिए इन्हें ‘सांख्यिकीय विवरण’ शब्द से व्यक्त करना चाहिए।
3. मोजर ने तीसरी और अन्तिम बात यह लिखी है कि अगर यह मान लिया जाए कि औसत, प्रतिशत, सह—सम्बन्ध आदि मात्र विवरण प्रस्तुत करते हैं तो इन्हें विश्लेषण का मात्र एक अंग समझना चाहिए। उनके अनुसार परिणाम इसका दूसरा भाग है।

**तथ्यों के विश्लेषण की आवश्यकता (Need for Data Analysis) :** मात्र तथ्यों का संकलन तब तक अर्थहीन बना रहता है जब तक कि व्यवस्थित तरीके से उनका विश्लेषण और उनकी व्याख्या न की जाए। इस प्रक्रिया के बगैर अनुसन्धान कार्य अपने प्रयोजन की सार्थकता सिद्ध नहीं कर सकता है। इससे स्पष्ट हो जाता है कि तथ्यों का विश्लेषण एक मूलभूत आवश्यकता है, जिसके बगैर शोध कार्य संपूर्ण नहीं माना जा सकता शोधकर्ता किसी घटना को ही सब कुछ मानकर नहीं चल सकता। उसे संकलित तथ्य—सामग्री की जाँच करनी होगी, उनके पारस्परिक संबंधों का पता लगाना होगा। राजनीतिक शोधकर्ता

संकलित तथ्यों के प्रकाश में चलता है। वह प्रचलित आदर्शों, दार्शनिक मूल्यों आदि को समसामयिक मानता है। उसके लिए तथ्य ही मार्ग दर्शक होते हैं। वह उनकी सावधानी से जाँच करता है और उनके आपसी संबंधों और घटना के साथ संबंधों का विश्लेषण करता है। ऐसा करते समय अनेक बार उसे अपनी पुरानी धारणाओं में जाँच, सुधार और परिवर्तन करना पड़ता है। अनुसन्धानकर्ता जब अपनी लगन से तथ्यों की जाँच-पड़ताल करता है तो उसे नई-नई परिस्थितियों का सामना करना पड़ता है जिसकी कल्पना उसने पहले नहीं की थी, अतः वह एक ऐसी व्यवस्था में प्रशिक्षण प्राप्त करता है जो मानव जीवन के लिए बड़ी उपयोगी है। यदि अनुसन्धानकर्ता को ठोस परिणामों पर पहुँचने की तीव्र इच्छा है तो उसे विश्लेषण कार्य पर अधिक ध्यान देना होगा क्योंकि इसके बिना परिणामों की घोषणा करना अनुसन्धान के साथ खिलवाड़ करना है। तथ्यों के उपयुक्त विश्लेषण के बिना शोध-विषय या घटना की वास्तविक व्याख्या सम्भव नहीं होती। तथ्य युक्त व्याख्या के बिना कोई भी शोध कार्य सफल नहीं हो सकता। तथ्य स्वयं कुछ नहीं कहते, वे मूक होते हैं। उनको क्रमबद्ध विश्लेषण द्वारा मुखरित बनाया जाता है। विश्लेषण के द्वारा ही घटना और तथ्यों के मध्य कार्य-कारण संबंधों को जाना जाता है। तथ्यों की सत्यता तभी सिद्ध हो सकती है जब हम उनका उचित विश्लेषण करें। विश्लेषण कार्य बड़ा कठिन है। इसकी सफलता विश्लेषणकर्ता के गुणों पर अधिक निर्भर होती है। उसमें एक आलोचनात्मक कल्पना शक्ति होनी चाहिए ताकि वह तथ्यों के मध्य अंतःसंबंधों को समझ सके। विश्लेषण को वैज्ञानिक बनाने के लिए जरूरी है कि शोध मिथ्या-झुकावों, पूर्वाग्रहों तथा पक्षपातों से दूर रहे। यदि ऐसा न हो तो शोध का संपूर्ण विश्लेषण निरर्थक और भ्रमपूर्ण हो जाता है। तात्पर्य यह है कि विश्लेषणकर्ता का अनुभव, उसकी अंतर्दृष्टि, बौद्धिक निष्पक्षता, सामान्य बोध, विश्लेषण कार्य में सबसे अधिक सहायक है।

### 3.4 विश्लेषण के आधार (Basic of Analysis)

वैज्ञानिकों एवं शोधकर्ताओं ने विश्लेषण के प्रमुख निम्नलिखित दो आधारों का उल्लेख किया है—



(A) **इकाइयाँ (Units)** : सामाजिक विज्ञानों में इकाइयों का विश्लेषण महत्वपूर्ण होता है। सामाजिक संरचना में इकाइयों का अध्ययन अन्य इकाइयों के संदर्भ में किया जाता है। कई इकाइयाँ मिलकर एक समूह बन जाती हैं। इस समूह का भी अन्य इकाइयों के संदर्भ में अध्ययन किया जाता है। गिलिन और गिलिन ने सामाजिक संगठन एवं सामाजिक व्यवस्था के सम्बन्ध में इकाइयों के विश्लेषण के रूप निम्नलिखित स्पष्ट किए हैं—

1. इकाई का अन्य इकाइयों के साथ सम्बन्ध।
2. इकाई का समूह के साथ सम्बन्ध।
3. समूह का समूह के साथ सम्बन्ध।

ऑगस्ट कॉम्टे ने इकाइयों के अध्ययन के सम्बन्ध में लिखा है कि इकाई का सम्बन्ध अन्य इकाइयों के साथ देखना चाहिए। इकाई का सम्बन्ध पूर्ण के साथ तथा पूर्ण का सम्बन्ध इकाई के साथ विश्लेषित करना चाहिए। सामाजिक शोध में उच्च स्तरीय इकाइयों के निम्नलिखित तीन प्रमुख प्रकार प्रचलित हैं—

(1) **श्रेणी (Category)** : इसके अन्तर्गत उन इकाइयों का विश्लेषण रखा जाता है जिनकी कोई संरचना नहीं होती है, लेकिन वे असंरचित इकाइयों के समूह होते हैं।

(2) **व्यवस्था (System)** : इसके अन्तर्गत भी इकाइयों के समूह होते हैं। इसमें इकाइयों में परस्पर अन्तःक्रिया द्वि-तंत्रीय होती है। अर्थात् इकाई दूसरी इकाई से सम्बन्धित होकर व्यवस्था का निर्माण तो कर रही है परन्तु ये सम्बन्ध अस्थायी और प्रभावहीन होते हैं। इकाइयों के सम्बन्ध अप्रत्यक्ष होते हैं।

(3) **समूह (Group)** : इसमें इकाइयाँ प्रत्यक्ष रूप से सम्बन्धित होती हैं तथा इनमें एक व्यवस्था पाई जाती है। इकाइयों में परस्पर सम्बन्ध घनिष्ठ होते हैं। इकाइयों का विश्लेषण एक समूह के रूप में किया जाता है तथा निष्कर्ष निकाले जाते हैं।

(B) **विश्लेषण के चर (Variables of Analysis)** : चर के द्वारा वर्गों का निर्माण किया जाता है। चर के आधार पर वर्गीकरण की रचना की जाती है। चर मूल्यों का समूह होता है जिस पर वर्गीकरण आधारित होता है। मूल्य वह प्रत्येक वस्तु है जिसकी एक इकाई के रूप में भविष्यवाणी कर सकते हैं। चर की सहायता से इकाइयों के समूह निर्मित किए जाते हैं। जब इन समूहों को कोटियों के आधार पर श्रेणीबद्ध कर देते हैं तो वही वर्गीकरण कहलाता है। सर्वप्रथम इकाइयों को समूह के रूप में संगठित किया जाता है। इसके बाद अगले चरण में इनको समूहों के समग्र के रूप में संगठित किया जाता है। इकाइयों और चरों के

सरल से जटिल संगठन के क्रम साथ-साथ चलते हैं। इनको तत्त्व, गुच्छ और समग्र के क्रम में श्रेणीबद्ध कर सकते हैं।

### 3.5 विश्लेषण की प्रक्रिया के चरण

#### (Steps of the Process of Analysis)

विश्लेषण की प्रक्रिया को निम्नलिखित पाँच चरणों में विभाजित किया जा सकता है—

**1. प्रथम चरण (First Stage) :** विश्लेषण की प्रक्रिया का प्रथम चरण तथ्यों या एकत्र सामग्री का सम्पादन करना है। सम्पादन में प्रमुखतया तीन बातों का ध्यान रखा जाता है—

(i) सभी निश्चित किए गए स्रोतों से सामग्री को प्राप्त करना चाहिए और उसे क्रम से व्यवस्थित करना चाहिए। (ii) प्रश्नावली एवं अनुसूची की जाँच करनी चाहिए कि सभी प्रश्नों के उत्तर प्राप्त हुए हैं अथवा नहीं। अशुद्धियों को पूर्ण रूप से दूर कर देना चाहिए।

(iii) आगे चल कर भ्रान्ति पैदा न हो सके इसके लिए अनावश्यक सामग्री को अलग कर देना चाहिए।

**2. द्वितीय चरण (Second Stage) :** विश्लेषण के दूसरे चरण में द्वैतीयक स्रोतों से प्राप्त सामग्री का सम्पादन किया जाता है। इन स्रोतों की जाँच की जाती है कि उनके स्रोत विश्वसनीय, प्रमाणित एवं शोध के उद्देश्यों के अनुकूल एवं उपयुक्त हैं या नहीं। इस कार्य को करने के लिए शोधकर्ता का अनुभवी एवं ज्ञानी होना आवश्यक है।

**3. तृतीय चरण (Third Stage) :** इस चरण में तथ्यों के वर्गीकरण की जाँच की जाती है। यह देखा जाता है कि वर्गीकरण शोध-समस्या के अनुरूप है अथवा नहीं। वर्गीकरण क्रमबद्ध एवं व्यवस्थित भी होना चाहिए।

**4. चतुर्थ चरण (Fourth Stage) :** प्रश्नावली और अनुसूची से प्राप्त उत्तरों का संकेतीकरण किया जाता है, उसे इस चतुर्थ चरण में जाँचा-परखा जाता है। यह देखा जाता है कि संकेतीकरण की प्रक्रिया में उत्तरों को उपयुक्त प्रतीक या संख्याएँ प्रदान की गई हैं अथवा नहीं।

**5. पंचम चरण (Fifth Stage) :** सामग्री के विश्लेषण के लिए तथ्यों का सारणीकरण करना अत्यावश्यक है। इस पंचम एवं अन्तिम चरण में यह जाँच की जाती है कि सारणीय का कार्य ठीक से पूर्ण किया गया है या नहीं। सामग्री विश्लेषण की कार्यविधि में प्रमुख बात

यही है कि जब तक तथ्यों का सम्पादन, वर्गीकरण और सरणीय ठीक से सम्पन्न नहीं हो जाता है तब तक विश्लेषण का कार्य एवं व्याख्या भी करना संभव नहीं होता है।

**विश्लेषण एवं व्याख्या की प्रक्रिया (Process of Analysis and Explanation) :** यंग ने विश्लेषण और व्याख्या की प्रक्रिया को निम्नलिखित सोपानों द्वारा समझाया है—

**1. तथ्यों की तोल (Weighting the Data) :** इसका तात्पर्य तथ्यों की पुनर्परीक्षा से है। चूँकि शोध-विश्लेषण का उद्देश्य संकलित तथ्यों को वास्तविक रूप में अर्थयुक्त बनाकर निष्कर्ष के लिए उन्हें उपयोगी बनाना है, इस कारण यह आवश्यक है कि तथ्यों की पुनर्परीक्षा कर ली जाए। इसके लिए निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर ढूँढना आवश्यक होगा—

- (i) क्या संकलित तथ्य पर्याप्त वैषयिक तथा अपनी परिस्थिति के यथार्थ प्रतिनिधि हैं?
- (ii) क्या उनकी परीक्षा और पुनर्परीक्षा सम्भव है और क्या उन्हें वस्तुनिष्ठ रूप में प्रस्तुत किया जा सकता है?
- (iii) क्या वे माप के योग्य हैं?
- (iv) क्या क्रमबद्ध सिद्धान्त के लिए महत्त्वपूर्ण हैं?
- (v) क्या उनसे सामान्य निष्कर्ष निकाला जा सकता है?

तथ्यों की पुनः जाँच करते समय यह देखा जाता है कि तथ्य पर्याप्त रूप से वस्तुपरक तथा परिस्थिति के यथार्थ प्रतिनिधि हों, उसकी वस्तुपरक ढंग से पुनः परीक्षा हो सके, उनका मापन किया जा सके, वे वास्तव में क्रमबद्ध सिद्धान्त का विकास करने के लिए महत्त्वपूर्ण हों तथा उनसे सामान्य निष्कर्ष प्राप्त करना सम्भव हो। यह भी नहीं भूलना चाहिए कि संकलित तथ्य महत्त्वहीन और महत्त्वपूर्ण हो सकते हैं। केवल महत्त्वपूर्ण तथ्यों को स्थान दिया जाना चाहिए और व्यर्थ और अर्थहीन तथ्यों को निकाल देना चाहिए।

**2. एक रूपरेखा का निर्माण (Preparation of an Outline) :** एक रूपरेखा अध्ययन का नक्शा होती है। स्पष्ट तथा मितव्ययी विचारधारा के विकास तथा विविध तथ्यों के विस्तृत क्षेत्र में, विषय में सहज तथा क्रमबद्ध स्पष्टीकरण एक रूपरेखा के बिना सम्भव नहीं है। एक रूपरेखा वास्तव में तथ्यों का एक आरम्भिक वर्गीकरण ही होती है जोकि विषय से संबंधित महत्त्वपूर्ण तथ्यों को पहचानने में हमारी मदद करती है। विस्तृत विश्लेषण और रूपरेखा प्रस्तुत करने से पहले यह आवश्यक है कि एकत्रित तथ्यों में से अधिक महत्त्वपूर्ण तथ्यों को एक बार फिर से दोहरा लिया जाए ताकि अध्ययन की गई संपूर्ण परिस्थिति के संबंध में स्पष्ट ज्ञान प्राप्त हो जाए, नए तथ्य प्रकाश में आ सकें और पहले वाले तथ्यों की सत्यता

का भी पता लग सके। रूपरेखा तैयार करने में असावधानी नहीं बरतनी चाहिए। इसका निर्माण स्पष्ट मान्यताओं पर होना चाहिए। वैज्ञानिक ढंग से बनाई गई रूपरेखा अनुसन्धान के महत्वपूर्ण पक्षों का रहस्योद्घाटन करती है। यह इस बात का निर्धारण करती है कि तथ्यों का पारस्परिक संबंध क्या है, कहाँ पर गम्भीर गलतियाँ की गई हैं, आदि। रूपरेखा का निर्माण करने में दो प्रकार के लोगों की मदद ली जानी चाहिए—प्रथम विषय से सम्बद्ध गहरी जानकारी रखने वाले ईमानदार, स्पष्टवादी तथा निर्भीक लोग होंगे तथा दूसरे, उस विषय से अनभिज्ञ लोग होंगे। पहले सही रूपरेखा को बनाने या सुधारने में योगदान करेंगे, तो दूसरे उसे समझने योग्य बनाने की दृष्टि से सहायता करेंगे।

**3. व्यवस्थित वर्गीकरण (Systematic Classification) :** सामाजिक विज्ञानों के अनुसन्धान में वर्गीकरण का अत्याधिक महत्त्व होता है क्योंकि एक घटना या परिस्थिति के अनेक कारण होते हैं जो विविध प्रकृति के होते हैं। वर्गीकरण के द्वारा ही इनके सापेक्ष प्रभाव का पता चलता है। सावधानीपूर्वक रूपरेखा के निर्माण के पश्चात् तथ्यों के वर्गीकरण करने की अवस्था आती है। वर्गीकरण के आधार पर तथ्यों में पाई जाने वाली समानता और असमानताओं का ज्ञान तुरन्त हो सकता है। समग्र एकत्रित तथ्यों के विस्तृत तथा ठोस वर्गीकरण पर ही बहुत कुछ अध्ययन की प्रभावशीलता व मूल्य निर्भर करता है। श्री रॉबर्ट इ. चाडवॉक ने लिखा है कि सामाजिक विज्ञानों में वर्गीकरण विशेष रूप से महत्त्वपूर्ण है क्योंकि सामाजिक घटनाओं में एक परिस्थिति को अनेक कारक (factor) प्रभावित करते हैं तथा कारकों में अत्याधिक विविधताएँ भी होती हैं। इस विस्तृत प्रकार भेद को समझने के लिए वर्गीकरण अति आवश्यक हो जाता है। तथ्यों का वर्गीकरण हो जाने पर उनकी तुलना, उनमें पाई जाने वाली समानताओं और असमानताओं और पारस्परिक संबंधों का ज्ञान हो जाता है।

**4. अवधारणाओं का निर्माण (Formulation of Concepts) :** एकत्रित तथ्यों का वर्गीकरण कर लेने के पश्चात् अवधारणाओं का निर्माण आवश्यक हो जाता है ताकि संपूर्ण परिस्थिति को अवधारणात्मक भाषा में व्यक्त किया जा सके। इस भाषा को विद्यमान अवधारणाओं के आधार पर विकसित किया जा सकता है। अवधारणात्मक भाषा का प्रयोग करने से लाभ यह होता है कि एक संपूर्ण परिस्थिति या प्रक्रिया को केवल दो-एक शब्दों के माध्यम से सरलतापूर्वक समझाया जा सकता है। जब शोधकर्ता तथ्यों में अन्तः संबंध को देखता है अथवा एक निश्चित घटना या व्यवहार प्रतिमान को वह पृथक करने में सफल होता है तो

वह उस सम्पूर्ण स्थिति को अति संक्षेप में एक दो शब्दों की सहायता से अभिव्यक्त करने का प्रयत्न करता है। तथ्यों के एक वर्ग की इस संक्षिप्त अभिव्यक्ति को ही विज्ञान में अवधारणा कहा जाता है। मिचेल के शब्दों में, “अवधारणा एक विवरणात्मक गुण या संबंध की ओर संकेत करने वाला एक पद है।”

अवधारणा वैज्ञानिक अवलोकन, चिंतन एवं यथार्थ अनुभव पर आधारित होती है तथा उसका एक अर्थ—संबंधी आधार होता है। उसके द्वारा बनाये जाने वाले अर्थ या विशेषताएँ उससे सम्बद्ध संपूर्ण वर्ग या समूह में पायी जाती है। अवधारणा शब्दों द्वारा गुण—समूहीकरण का नाम है। अवधारणा के अंतर्गत आने वाली घटनाओं, वस्तुओं, क्रियाओं आदि को ‘तथ्य’ कह दिया जाता है। वास्तव में, अवधारणा किसी घटना, गतिविधि, वस्तु या विचार को देखने या अवलोकन के नियमों को कहते हैं। वे नियम विशेष उद्देश्य को सामने रखकर बनाये जाते हैं।

अवधारणा का महत्त्व इसी से स्पष्ट हो जाता है कि तथ्यों के एक वर्ग या समूह की एक संक्षिप्त परिभाषा होती है। अर्थात् अवधारणा के माध्यम से एक घटना या प्रक्रिया को केवल कुछ शब्दों द्वारा सफलतापूर्वक समझाया जा सकता है। उदाहरणार्थ, यदि विद्यार्थियों के एक वर्ग में कक्षा से भाग जाने की प्रकृति सामान्य रूप से पाई जाती है तो इस संपूर्ण स्थिति को ‘कक्षा पलायन’ (Truancy) की अवधारणा द्वारा समझाया जा सकता है। अवधारणा के महत्त्व को समझाते हुए गुडे और हॉट ने लिखा है कि “अवधारणा को विकसित करने की प्रक्रिया इन्द्रिय जनित बोध को प्राप्त करने व उससे निष्कर्ष निकालने में सहायक सिद्ध होती है।” इस प्रकार तथ्यों के एक वर्ग या समूह के गुणों को समझना, उनका अध्ययन करना, उन्हें व्यवस्थित व पृथक् करना सम्भव होता है। इस प्रकार तथ्यों के एक समूह में पाए जाने वाले गुणों को एक नाम दे देने से विचार आगे बढ़ सकता है। अतः विचारों को पनपने के लिए अवधारणाओं का निर्माण आवश्यक है। किन्तु अवधारणा का निर्माण वस्तुपरक ढंग से किया जाना चाहिए। उससे यथार्थ तथा सुस्पष्ट अर्थ की अभिव्यक्ति होनी चाहिए। यह निश्चित अर्थ को बताने वाली, बोधगम्य सामान्य तथा सदैव एकार्थक होनी चाहिए।

**5. तुलना एवं व्याख्या (Comparison and Interpretation) :** जब संकलित तथ्यों का वैज्ञानिक वर्गीकरण कर लिया जाता है और अवधारणाओं का निर्माण भी कर लिया जाता है तो तथ्यों के सामान्य प्रतिमान (Pattern) स्पष्ट हो जाते हैं। तब इन प्रतिमानों की तुलना

करनी सम्भव होती है। तुलनात्मक विश्लेषण किसी भी वैज्ञानिक निष्कर्ष के लिए बहुत आवश्यक है। तुलना करने से विभिन्न तथ्यों और परिस्थितियों का न केवल स्पष्टीकरण होता है बल्कि उनका तुलनात्मक महत्त्व भी हमारे लिए स्पष्ट हो जाता है। तुलना करने से न केवल विभिन्न तथ्यों का स्पष्टीकरण ही हो जाता है, बल्कि हम उनकी गहराइयों की और विस्तृत जानकारी प्राप्त कर सकते हैं। एकत्र तथ्यों का विश्लेषण करके हम जो निष्कर्ष निकालते हैं, उस क्रिया की व्याख्या करते हैं। शोधकर्ता व्याख्या करते समय कार्य-कारण के संबंध को स्पष्ट करने की कोशिश करता है। बिना कार्य-कारण के व्याख्या का कोई औचित्य नहीं है। कार्य-कारण सहित व्याख्या करना ही विज्ञान का लक्ष्य माना जाता है। शोधकर्ता को यह ध्यान देना चाहिए कि विषय से संबंधित व्याख्या स्पष्ट और सरल हो जिससे उसका लाभ अन्य लोग भी उठा सकें। जहाँ तक हो जटिलता को दूर किया जाना चाहिए।

**6. सिद्धांतों का प्रतिपादन (Formulation of Theories) :** घटनाओं और तथ्यों की वैज्ञानिक-व्याख्या नए सिद्धांतों का निर्माण करती है। ये सिद्धांत संकलित तथ्यों के जटिल, अमूर्त तथा अस्पष्ट संबंधों को निश्चित करते हैं और संक्षिप्त शब्दावली में व्यक्त कर देते हैं। ये सिद्धांत वास्तव में व्याख्या के आधार पर निकाले गए निष्कर्षों का अति संक्षिप्त रूप होते हैं। विभिन्न शोधकर्ता अपने अनुसन्धान विश्लेषण और व्याख्या के आधार पर अलग-अलग सिद्धांतों को प्रतिपादित करते रहते हैं।

सिद्धांत के प्रतिपादन का अर्थ यह है कि अनुसन्धान के मुख्य उद्देश्य की पूर्ति हो गई है और यह व्याख्या का अंतिम चरण है और सबसे महत्त्वपूर्ण भी। इसलिए यह बहुत आवश्यक है कि इनके प्रतिपादन में आवश्यक सावधानी बरती जाए। सिद्धान्त को स्पष्ट और सुव्यवस्थित रूप में व्यक्त किया जाना चाहिए। इसमें भाषा का प्रयोग सरल रूप में किया जाना चाहिए तथा सिद्धांत को प्रस्तुत करने की प्रणाली भी बड़ी सरल होनी चाहिए ताकि अन्य लोग भी इसको समझ सकें। इसके विपरीत यदि इसे जटिल, अस्पष्ट और असंगत रूप में प्रस्तुत किया गया तो अनुसन्धान के वास्तविक उद्देश्य की प्राप्ति न होगी। प्रतिपादित सिद्धान्त इस प्रकार का हो कि उसके विश्लेषण से संपूर्ण अध्ययन का क्षेत्र और मूल निष्कर्ष स्पष्ट हो जाये। यदि ऐसा नहीं हुआ तो सिद्धांत की वास्तविक उपयोगिता स्वतः ही कम हो जाएगी। सामाजिक अनुसन्धानों में सिद्धांतों के प्रतिपादन में बड़ी कठिनाई आती है क्योंकि घटनाओं की प्रकृति में एकरूपता, समानता और स्थिरता नहीं है अतः

इसके कारण अनुसन्धानकर्त्ता को कई समस्याओं का सामना करना पड़ता है। जिन-जिन सामाजिक विज्ञानों के क्षेत्र में शोध कार्य हो चुके हैं उनकी सहायता से शोध कार्य में कठिनाई नहीं आती क्योंकि पहले वाले शोध कार्य को दिशा एवं निर्देशन प्रदान करते हैं। नए-नए अनुसन्धानों से कई छिपे हुए तथ्यों को प्रकाश में लाया जाता है और पुराने सिद्धांतों में संशोधन या परिवर्तन कर उन्हें वैज्ञानिक एवं व्यावहारिक रूप दिया जाता है।

### 3.6 सम्पादन, वर्गीकरण, संकेतीकरण तथा सारिणीयन

#### (Editing, Classification, Codification and Tabulation)

सामाजिक अनुसन्धान और सामाजिक सर्वेक्षण में जो सामग्री एकत्र की जाती है उसे 'आधार सामग्री' कहते हैं। इस आधार सामग्री की जाँच, निरीक्षण या त्रुटियों के सुधार को सम्पादन कहते हैं सामग्री को एकत्र करने के बाद उसका सूक्ष्म अनुवीक्षण करना ही सम्पादन कहलाता है। प्रगणकों, साक्षात्कारकर्त्ताओं तथा सूचनादाताओं से जो अनुसूचियाँ एवं प्रश्नावलियाँ प्राप्त होती हैं उनका अनुवीक्षण या सम्पादन करना आवश्यक होता है। शोध के लिए प्रलेखों या अवलोकन से जो सामग्री प्राप्त होती है उसका भी सम्पादन करना अनिवार्य होता है। सम्पादन का मुख्य उद्देश्य प्राप्त सामग्री या तथ्यों में रहने वाली त्रुटियों, असंगतियों, संदेह या अपूर्णताओं का निरीक्षण द्वारा पता लगाना है। विद्वानों का अनुभव है कि अनेकों चतुर शोधकर्त्ताओं से भी सामग्री-संकलन में त्रुटियाँ हो जाती हैं। सम्पादन की आवश्यकता उस स्थिति में विशेष महत्वपूर्ण हो जाती है जिसमें शोधकर्त्ता तथा सामग्री-संकलनकर्त्ता अच्छे प्रशिक्षित और अनुभवी नहीं होते हैं। सामग्री के सम्पादन से शोधकार्य वैज्ञानिक एवं त्रुटि रहित होता है। सम्पादन के द्वारा शुद्ध निष्कर्ष निकाले जाते हैं।

प्राथमिक और द्वैतीयक सामग्री का सम्पादन निम्नानुसार किया जाता है –

**प्राथमिक सामग्री का सम्पादन (Editing of Primary Data) :** प्राथमिक सामग्री के सम्पादन में अग्रलिखित बिन्दुओं का ध्यान रखा जाता है – (1) प्राथमिक संकलित सामग्री शोधकार्य से सम्बन्धित होनी चाहिए, (2) निरर्थक एवं असम्बन्धित सामग्री को निकाल देना चाहिए, (3) संदेहयुक्त सामग्री की पुनः जाँच करनी चाहिए, (4) सामग्री में विश्वसनीयता, सत्यता एवं प्रामाणिकता का ध्यान रखना चाहिए, (5) सामग्री का परीक्षण वस्तुनिष्ठ होना चाहिए, (6) सामग्री में इच्छानुसार परिवर्तन नहीं करना चाहिए, (7) जहाँ तक सम्भव हो सामग्री

तुलनात्मक होनी चाहिए, (8) सामग्री में एकरूपता बनाए रखनी चाहिए, (9) सामग्री को व्यवस्थित रखना चाहिए जिससे संकेतीकरण एवं सारिणीयन में सुविधा हो सके।

**द्वैतीयक सामग्री का सम्पादन (Editing of Secondary Data) :** प्राथमिक सामग्री की तुलना में द्वैतीयक सामग्री का सम्पादन निम्नलिखित कारणों से अधिक आवश्यक होता है। द्वैतीयक सामग्री का संकलन दूसरी संस्थाओं, शोधकर्ताओं एवं साक्षात्कारकर्ताओं द्वारा किया जाता है। उस समय जो सम्पादन किया गया था उसकी प्रमाणिकता संदेहपूर्ण हो सकती है। इसीलिए द्वैतीयक सामग्री का सम्पादन करने के साथ-साथ अनुवीक्षण करना भी आवश्यक होता है। इसके लिए सामग्री की जाँच करना आवश्यक है कि सामग्री संकलन में विश्वसनीयता की जाँच की गई थी अथवा नहीं? द्वैतीयक सामग्री-संकलन के स्रोतों की विश्वसनीयता की जाँच-पड़ताल करनी चाहिए।

द्वैतीयक सामग्री का अध्ययन करना चाहिए कि वह वर्तमान अनुसन्धान के लिए अनुकूल है या नहीं? सामग्री पर्याप्त है अथवा और सामग्री एकत्र करने की आवश्यकता तो नहीं है इसकी जाँच करनी चाहिए। वर्तमान शोध में द्वैतीयक सामग्री का उपयोग किस सीमा तक किया जा सकता है इसका भी अध्ययन करना चाहिए। इस सामग्री के स्रोतों की विज्ञान जगत में कैसी साख है? इसका भी पता लगाना चाहिए। उपयुक्त आधारों पर द्वैतीयक सामग्री का निरीक्षण, परीक्षण एवं सम्पादन करने के बाद ही शोध में उपयोग करना चाहिए। ऐसा वैज्ञानिकों का आग्रह है।

अनुसन्धानकर्ताओं का प्रशिक्षण भली प्रकार न हुआ हो, या वे अनुभवी न हों, तब तो सम्पादन का महत्त्व बहुत ही बढ़ जाता है। इसलिए सम्पादन बहुत आवश्यक है। इसमें मुख्यतया तीन बातों का निरीक्षण किया जाता है— (i) पूर्णता, (ii) शुद्धता, और (iii) समानता।

**(i) पूर्णता (Totality) :** सम्पादक को यह देखना होता है कि उसे एक स्रोत विशेष से सारी सामग्री प्राप्त हो गयी है या नहीं। प्रश्न सूचियों में कभी-कभी कुछ प्रश्नों के उत्तर भूल से छूट जाते हैं। इसी कारण प्रेक्षण के अभिलेख में कोई आवश्यक जानकारी देने से रह जाती है। सम्पादक के द्वारा इसे पूरा करने का प्रयत्न किया जाता है।

**(ii) शुद्धता (Accuracy) :** सम्पादक केवल यही नहीं देखता कि क्या सभी प्रश्नों के उत्तर आ चुके हैं या नहीं, बल्कि यह भी देखता है कि वे उत्तर शुद्ध हैं या नहीं। अशुद्धता का एक लक्षण है असंगति। यदि कोई दो उत्तर मेल न खाये तब उनमें से एक के गलत की

सम्भावना है। यह भी हो सकता है कि साक्षात्कारकर्ता जल्दी में गलत उत्तर लिख गया हो। इस प्रकार गलतियों को अवश्य सुधारना चाहिए।

**(iii) समानता (Similarity) :** यदि किसी शोध कार्य में साक्षात्कारकर्ता का उपयोग किया जाता है तो यह सम्भावना रहती है कि साक्षात्कारकर्ताओं ने प्रश्नों के अलग-अलग अर्थ लगाये हों। इस त्रुटि से बचने के लिए सम्पादक विभिन्न साक्षात्कारकर्ताओं द्वारा भरी हुई प्रश्न सूचियों की तुलना करता है और जरूरत के अनुसार उनसे पूछता है कि उन्होंने किस प्रकार का क्या अर्थ लगाया है।

विभिन्न सम्पादकीय कार्यों को सम्पादित करते हुए किसी भी प्रकार की गड़बड़ी के पता लगने पर इस बात का प्रयत्न किया जाता है कि उत्तरदाताओं के साथ पुनः सम्पर्क स्थापित करते हुए पैदा हुए संदेहों का निराकरण किया जाये।

अनुसन्धानकर्ता को यह देख लेना चाहिए कि सूचनादाताओं द्वारा दी गयी जानकारी अनुसन्धान के अनुकूल है या प्रतिकूल। यदि प्रतिकूल या अनावश्यक है तो उसे तथ्य-समग्री में स्थान नहीं देना चाहिए। यदि सम्पादनकर्ता खुद गलती को सुधार सकता है, जिसमें सूचनादाता की स्वयं की आवश्यकता नहीं रहती है, तो उसी वक्त सुधार कर देना चाहिए, साथ में यह भी ध्यान रखें कि मौलिक विवरण में किसी प्रकार का अन्तर नहीं आना चाहिए। मौलिक तथ्यों को तोड़ना-मरोड़ना नहीं चाहिए।

सम्पादन की प्रक्रिया के दौरान प्रमुख रूप से निम्नलिखित कार्य संपादित किए जाते हैं—

1. आँकड़ों की विश्वसनीयता (Reliability), यथार्थता या शुद्धता (Accuracy) तथा प्रामाणिकता (Validity) की जाँच करना।
2. अन्य संग्रहीत तथ्यों के साथ आँकड़ों की समरूपता (Homogeneity) की जाँच करना।
3. आँकड़ों को एकरूपतापूर्ण ढंग से भरे जाने के लिए उनकी जाँच करना।
4. पूर्णता के लिए आँकड़ों की उपयुक्तता की जाँच करना।
5. सारिणीकरण की दृष्टि से आँकड़ों की उपयुक्तता की जाँच करना।
6. आँकड़ों को इस प्रकार व्यवस्थित करना ताकि श्रेणीकरण, संकेतीकरण, बारम्बारता आवंटन (Frequency Distribution) तथा सारिणीकरण के दौरान अधिक से अधिक सावधानी का अनुभव किया जा सके।

विभिन्न सम्पादकीय कार्यों को सम्पादित करते हुए किसी भी प्रकार की गड़बड़ी के दृष्टिगत होने पर इस बात का प्रयास किया जाता है कि उत्तरदाताओं के साथ सम्पर्क

स्थापित करते हुए उत्पन्न हुए संदेहों का निराकरण किया जाए। उत्तरदाताओं से पुनः सम्पर्क स्थापित करने हेतु या तो दूरभाषी (Telephone) का सहारा लिया जाता है अथवा पत्र-व्यवहार किया जाता है अथवा व्यक्तिगत रूप से उनसे मिला जाता है।

सम्पादन की सम्पूर्ण प्रक्रिया के दौरान निम्नांकित उद्देश्यों की प्राप्ति का प्रयास किया जाता है :

### **1. यथार्थता एवं सत्यता की प्राप्ति करना (To get Accuracy and Truth Fulness) :**

यथार्थता का पता लगाने के लिए यह आवश्यक होता है कि सम्पादक को उत्तरदाताओं के विषय में पहले से ही पर्याप्त ज्ञान उपलब्ध हो। गणितीय रूप में दी गई सूचना के आधार पर पता लगाया जाना चाहिए। कुछ साक्षात्कारकर्ता अपनी तीव्र कल्पनाशक्ति तथा निर्धारित किए गए उत्तरदाताओं के अतिरिक्त अन्य उत्तरदाताओं का साक्षात्कार करते हुए धोखा देने का प्रयास करते हैं और इन धोखेबाज साक्षात्कारकर्ताओं से निपटने का एकमात्र उपाय "जाँच साक्षात्कार" (Check Interview) है।

ईस्टवुड ने यह बताया है कि "डाक प्रश्नावली की यथार्थता एवं सत्यता का पता लगाने हेतु प्रश्नावली में एक या दो ऐसे सत्याभासी प्रश्न जोड़ दिए जायें जिनका उत्तर देने की कोई सम्भावना न हो। उदाहरण के लिए, किसी उत्पाद पदार्थ (Product) के ऐसे नाम दे दिए जायें जो वास्तव में पाए ही न जाते हों।" भ्रम उत्पन्न करने वाली अथवा अस्पष्ट रूप से भरी गई सूचना को स्पष्ट रूप प्रदान किया जाता है। कभी-कभी एक व्यक्ति द्वारा प्रदान की गई सूचना में यथार्थता की कमी को उसकी अकेली अनुसूची के सम्पादन का पता तभी चल पाता है जबकि अन्य व्यक्तियों द्वारा दिये गये उत्तरों के सन्दर्भ में इसकी जाँच की जाए।

### **2. अनुकूलता के विषय में आश्वस्त होना (Assurance about Suitability) :** अनुकूलता की पूर्ण जाँच करने के लिए सभी सम्बन्धित उत्तरों की पूर्व निर्धारित जाँच के क्रम में क्रमबद्ध रूप से निरीक्षण किया जाना चाहिए। परस्पर विरोधी उत्तरों के प्राप्त होने पर यह निश्चित करने का प्रयास किया जाना चाहिए कि इनमें से कौन-सा गलत है। यदि यह निश्चित करना सम्भव न हो सके तो सभी विरोधी उत्तरों को अस्वीकृत कर देना चाहिए।

### **3. एकरूपता की प्राप्ति करना (To get Uniformity) :** उत्तरों के सही होने के बावजूद भी इन्हें संकेतबद्ध करना तब तक सम्भव नहीं होता जब तक कि इन्हें परिमाण की एकरूपतापूर्ण इकाइयों में परिवर्तित नहीं कर दिया जाए। कभी-कभी ऐसा होता है कि

सूचना आवश्यकता से अधिक सूक्ष्म रूप में दी हुई होती है। सम्पादन की प्रक्रिया में इन पर उचित ध्यान दिया जाता है।

**4. पूर्णता का आश्वासन देना (Providing Assurance about Completeness) :** कभी-कभी सूचनादाता के अत्याधिक व्यस्त होने के कारण साक्षात्कारकर्त्ता को जल्दी-जल्दी प्रश्न पूछ कर उत्तर भी प्रायः सूक्ष्म रूप में भरने पड़ते हैं। इस प्रक्रिया में अनेक प्रश्न बिना पूछे एवं बिना भरे रह जाते हैं। दूसरे प्रश्नों के उत्तरों के आधार पर इन बिना पूछे प्रश्नों के उत्तर भरने का प्रयास किया जाता है। जो अवैज्ञानिक एवं त्रुटिपूर्ण कार्य है। सम्पादक को इस प्रकार के उत्तरों और साक्षात्कारकर्त्ताओं का पता लगाना चाहिए तथा उचित कार्यवाही करनी चाहिए। सम्पादक का कर्त्तव्य है कि वह साक्षात्कारकर्त्ताओं द्वारा लिखी गई टिप्पणियों पर विशेष ध्यान दे तथा सूचनाओं को नियमानुसार स्पष्ट करवा कर पूर्ण करवाए। जहाँ तक सम्भव हो अज्ञात सूचनाओं को सामग्री में से अलग किया जाए। सम्पादक को स्पष्ट करना चाहिए कि कौन-कौन सामग्री, उत्तर एवं जानकारियाँ पूर्ण एवं विश्वसनीय हैं और कौन-कौन नहीं है। यह कार्य सम्पादक का है, उस इसे निष्ठापूर्वक सम्पन्न करना चाहिए।

**5. अनुसूची की स्वीकृति एवं अस्वीकृति (Acceptance and Rejection of Schedule) :** अनेक अनुसूचियाँ साक्षात्कारकर्त्ता द्वारा झूठी भर दी जाती हैं। सम्पादक के द्वारा निरीक्षण की गई अनुसूचियों के परिणामस्वरूप उसे निर्णय लेना होगा कि कौन-कौन सी अनुसूचियों की सामग्री को उपयोग में लाया जाए तथा किन-किन अनुसूचियों (झूठी) को रद्द किया जाए। यह उत्तरदायित्व सम्पादक का है। उसे ऐसे निर्णय लेने में कठोर होना चाहिए। सम्पादक को यह स्पष्ट करना होगा कि उसने अनुसूचियों को क्यों अस्वीकृत किया है। उसे उन आधारों को स्पष्ट करना होगा जिनके आधार पर अनुसूचियों को स्वीकृत एवं अस्वीकृत किया गया है।

**6. मदों की पुनर्व्यवस्था (Rearrangement of Items) :** जिस क्रम से प्रश्नावली या अनुसूची में प्रश्नों को क्रमबद्ध किया एवं पूछा जाता है उसी क्रम में उनका उपयोग शोधकार्य में नहीं किया जाता है। शोधकार्य में सामग्री का उपयोग संकेतीकरण, वर्गीकरण और सारिणीयन के बाद किया जाता है। यह आवश्यक नहीं कि इनका क्रम प्रश्नावली और अनुसूची के समान हो। इसलिए सम्पादक को सामग्री के मदों को पुनः व्यवस्थित करना पड़ता है।

शोधकर्ता का प्रयास तो यही होना चाहिए कि यथासंभव मदों का क्रम एक ही बना रहे। मदों के क्रम-परिवर्तन से त्रुटियों के होने की संभावना रहती है।

**7. सुझावों को बनाए रखना (Maintaining Suggestions) :** सम्पादक को इस सत्य का ध्यान रखना चाहिए कि जो उपयुक्त एवं तर्कसंगत राय सूचनादाताओं और साक्षात्कारकर्ताओं ने दी है, उन्हें बनाए रखें। उसकी सहायता से शोधकार्य एवं शोध प्रतिवेदन को वस्तुनिष्ठ, अर्थपूर्ण और सार्थक बनाने में पर्याप्त सहायता मिलती है। एक अच्छे पक्षपातरहित शोधपरिणामों के लिए यह आवश्यक है।

### 3.6.1 वर्गीकरण (Classification)

सामाजिक अनुसन्धान के क्षेत्र में अध्ययनकर्ता अपने अध्ययन-विषय से संबंधित तथ्यों के एकत्रीकरण के लिए अवलोकन, साक्षात्कार, अनुसूची व प्रश्नावली आदि की सहायता लेता है। परन्तु खाली इस तरह तथ्यों के एकत्रीकरण से अध्ययन-विषय के बारे में कुछ भी पता नहीं चल सकता। जब तक कि उसे एक सुव्यवस्थित रूप प्रदान न किया जाए और उसके लिए तथ्यों का वर्गीकरण व सारिणीयन आवश्यक होता है। सामग्री चाहे प्राथमिक स्रोतों से एकत्रित की गई हो या द्वैतीयक स्रोतों से एक बार उसका सम्पादन कर लेने के पश्चात् वह इस योग्य हो जाता है कि फिर हम उसे विभिन्न वर्गों, श्रेणियों या भागों में विभाजित करें। यही प्रक्रिया सामग्री का वर्गीकरण माना जाता है। जब वर्गीकृत तथ्यों को एक तालिका के रूप में पंक्तियों में व्यवस्थित कर देते हैं तो यह सारिणीयन कहलाता है। वर्गीकरण किसी भी वैज्ञानिक विश्लेषण का एक महत्वपूर्ण चरण है। तथ्यों का वर्गीकरण व सारिणीयन सामाजिक अनुसंधान का एक अनिवार्य अंग बन गया है।

#### वर्गीकरण का अर्थ एवं परिभाषा (Meaning & Definition of Classification) :

किसी समस्या के सर्वेक्षण के दौरान एकत्रित किये गए तथ्य बिखरी हुई दशा में होते हैं। इसमें किसी भी प्रकार की व्यवस्था देखने को नहीं मिलती है। अतः विश्लेषण कार्य के लिए उन्हें सीधे प्रयोग में नहीं लाया जा सकता है, उन्हें उपयोगी बनाने के लिए समस्त एकत्रित तथ्यों को उनकी समानता, भिन्नता या किसी अन्य आधार पर कुछ निश्चित श्रेणियों में व्यवस्थित करना आवश्यक होता है। इसी को वर्गीकरण कहते हैं। उदाहरण के लिए किसी क्षेत्र के विद्यार्थियों की अनुशासनहीनता के अध्ययन में हमें विद्यार्थियों से प्राप्त सूचनाओं, प्राध्यापकों या प्राचार्यों से प्राप्त सूचनाओं, प्रशासन विभाग के

अधिकारियों से प्राप्त सूचनाओं को अलग-अलग रखना होगा। पुनः विद्यालयों के अनुसार या छात्र-छात्राओं के अनुसार अथवा आयु समूहों, कक्षाओं या वैवाहिक स्तर आदि के अनुसार सूचनाओं का वर्गीकरण करना होगा। ऐसा कर लेने के पश्चात् ही विश्लेषण या व्याख्या तथा विभिन्न प्रकार की तुलनायें कर पाना सम्भव होगा।

कोनोर (Connor) के अनुसार, “वर्गीकरण तथ्यों को उनकी समानता तथा निकटता के आधार पर समूहों तथा वर्गों में क्रमबद्ध करने तथा व्यक्तिगत इकाइयों की भिन्नता के बीच पाए जाने वाले गुणों की एकात्मकता को प्रकट करने की एक प्रक्रिया है।”

एल्हान्स (Elhance) के अनुसार “सादृश्यताओं और समानताओं के अनुसार तथ्यों को समूहों या वर्गों में व्यवस्थित करने की प्रक्रिया को तकनीकी रूप में वर्गीकरण कहा जाता है।”

कैनी एवं कीपिंग (Kenny and Keeping) के अनुसार, “सांख्यिकीय अनुसंधान में सामग्री का संकलन कर लेने के पश्चात् प्रथम कार्य इस सामग्री में क्रमबद्धता लाना होता है। सामान्यतः हमारे पास सैकड़ों अवलोकन होते हैं जिनका लेखा एक मनमाने क्रम से, अवलोकन किया गया होता है। परन्तु एक अवलोकन समूह का विश्लेषण करने के लिए, जिससे उसके बारे में बुद्धिमतापूर्वक निर्णय किए जा सकें अथवा दो समूहों में तुलना की जा सके, उचित वर्गीकरण आवश्यक और प्राथमिक महत्त्व का होता है।”

पी. एच. मान (P.H. Mann) के अनुसार, “वर्गीकरण आवश्यक रूप से उन वस्तुओं जिनमें कुछ समानतायें पाई जाती हों, को एक साथ रखने का एक रूप है ताकि उन्हें सरलतापूर्वक प्रयोग किया जा सके।”

सेक्राइस्ट के अनुसार, “वर्गीकरण सामग्री को उनकी सामान्य विशेषताओं के आधार पर क्रम एवं समूहों में क्रमबद्ध तथा विभिन्न लेकिन सम्बन्धित भागों में अलग करने की विधि है।”

उपरोक्त परिभाषाओं के आधार पर हम कह सकते हैं कि वर्गीकरण एक ऐसी प्रक्रिया है जो संकलित तथ्यों को संक्षिप्त स्पष्ट और सरलतम बनाने के साथ-साथ उन्हें उनकी समानता और विभिन्नताओं के आधार पर कुछ निश्चित वर्गों या समूहों में व्यवस्थित करती है।

## वर्गीकरण के उद्देश्य (Objects of Classification) :

सामाजिक अनुसन्धान में वर्गीकरण का अत्यन्त महत्त्व है क्योंकि इसके द्वारा निम्नलिखित उद्देश्यों की पूर्ति होती है।

1. **संक्षिप्त तथा बोधगम्य समूहीकरण (Brief and Tangible Grouping) :** वर्गीकरण का प्रथम उद्देश्य जटिल, बिखरे हुए, परस्पर असम्बद्ध तथ्यों को थोड़े से, समझने योग्य तथा तर्कसंगत समूह में रखना है। स्नातक परीक्षा देने वाले हजारों परीक्षार्थियों के प्राप्तांकों की विशाल सूची को देखकर कोई निष्कर्ष नहीं निकाला जा सकता। पर उन्हीं प्राप्तांकों के आधार पर जब हम परीक्षार्थियों का प्रथम, द्वितीय, तृतीय तथा असफल श्रेणियों में वर्गीकरण कर देते हैं तो उन्हें समझना व कुछ सामान्य निष्कर्ष निकालना सरल हो जाता है।

2. **समानता तथा भिन्नता का स्पष्टीकरण (Clarification of Similarity and Dissimilarity) :** वर्गीकरण का दूसरा उद्देश्य इकाइयों की समानता तथा असमानता को स्पष्ट करना है। यह स्पष्टीकरण अन्य सम्बन्धित बातों की जानकारी में सहायक सिद्ध होता है। उदाहरणार्थ, यदि वर्गीकरण से किसी समुदाय के लोगों के व्यावसायिक समूह स्पष्ट हो जाते हैं तो प्रत्येक व्यवसाय से सम्बन्धित अनेक विशेषताओं का हमें स्वतः ही ज्ञान हो जाता है।

3. **तुलनात्मक अध्ययन की सुविधा (To Afford Comparative Study) :** वर्गीकरण के द्वारा दो वर्गों के तुलनात्मक अध्ययन का कार्य सरल हो जाता है क्योंकि वर्गीकरण के द्वारा कुछ समान गुणों के आधार पर विभिन्न इकाइयों को अलग-अलग श्रेणियों में बाँटा जाता है और उन श्रेणियों के आधार पर तुलनात्मक अध्ययन सम्भव होता है। उदाहरणार्थ, यदि दो जिलों के लोगों को शिक्षित व अशिक्षित दो वर्गों में बाँट दिया जाए तो तुलनात्मक रूप में हम यह बता सकते हैं कि किस जिले के लोग अधिक संख्या में शिक्षित हैं।

4. **तथ्यों के महत्त्व का ज्ञान (Knowledge of Importance of Facts) :** बिखरे हुए तथ्यों को देखकर उनके महत्त्व के सम्बन्ध में स्पष्ट ज्ञान प्राप्त नहीं किया जा सकता है। पर वर्गीकरण के द्वारा जब वही तथ्य थोड़े से वर्गों में विभक्त हो जाते हैं तो उनकी वास्तविकता स्वतः ही प्रगट हो जाती है और उन्हें समझने के लिए बुद्धि पर अनावश्यक जोर नहीं देना पड़ता है।

5. **विश्लेषण व व्याख्या में सरलता (Convenience in Analysis and Interpretation) :** वर्गीकरण का एक महत्त्वपूर्ण उद्देश्य तथ्यों को विश्लेषण व व्याख्या के लिए सरल बनाना है। तर्कसंगत रूप में तथ्यों को कुछ श्रेणियों में बाँट देने पर ही यह सम्भव होता है कि

उनकी सांख्यिकीय विवेचना की जाए। माध्य मूल्य, विचलन तथा सहसम्बन्ध आदि को जानने के लिए वर्गीकरण अत्यन्त आवश्यक प्रक्रिया है।

**6. परिशुद्ध निष्कर्ष निकालने के कार्य को सरल बनाना (To Make Easy Valid Generalization) :** वर्गीकरण उचित निष्कर्ष निकालने के लिए भी अत्यन्त उपयोगी है क्योंकि वर्गीकरण के द्वारा संकलित तथ्य संक्षिप्त तथा बोधगम्य हो जाते हैं। उनमें पाई जाने वाली समानता व भिन्नता स्पष्ट हो जाती है और तुलनात्मक अध्ययन सम्भव होता है। इस प्रकार तथ्यों की भिन्न-भिन्न विशेषताओं के स्पष्टीकरण से परिशुद्ध निष्कर्ष निकालना सम्भव होता है।

**वर्गीकरण के प्रमुख आधार (Main Basis of Classification) :** एकत्रित तथ्यों को हम किस भाँति वर्गीकरण करेंगे, यह तथ्यों की प्रकृति, प्रकार तथा अध्ययन के उद्देश्य पर निर्भर करता है। फिर भी वर्गीकरण के मुख्य आधार निम्नलिखित हैं—

1. गुणात्मक (Qualitative)
2. परिमाणात्मक (Quantitative)
3. सामयिक (Chronological)
4. भौगोलिक (Geographical)

**1. गुणात्मक वर्गीकरण (Qualitative Classification) :** गुणात्मक आधार पर वर्गीकरण उन तथ्यों का किया जाता है जिन्हें अंकों में प्रकट नहीं किया जा सकता। अतः ऐसे तथ्यों का वर्गीकरण उनके गुणों या लक्षणों के आधार पर किया जाता है। एल्हॉड के शब्दों में, “उन सभी इकाइयों को जिनमें एक विशेष लक्षण विद्यमान है, एक समूह में व्यवस्थित किया जाता है और जिन इकाइयों में वह लक्षण नहीं है उन्हें दूसरे समूह में व्यवस्थित किया जाता है। उदाहरण के लिए, विश्वविद्यालय के विद्यार्थियों को उनके अध्ययन किये जाने वाले विषयों के आधार पर वर्गीकृत किया जाए।

**2. परिमाणात्मक वर्गीकरण (Quantitative Classification) :** परिमाणात्मक वर्गीकरण उस समय किया जाता है जब किसी परिमापन योग्य विशेषता के संदर्भ में मद्दों के अंतर्गत भिन्नता पाई जाती है। उदाहरणार्थ ऊँचाई, आयु, आय-व्यय वजन आदि से संबंधित तथ्यों का गणनात्मक आधार पर ही वर्गीकरण किया जाता है।

**3. सामयिक वर्गीकरण (Chronological Classification) :** इस आधार पर किये गए वर्गीकरण में ‘समय’ को वर्गीकरण का आधार माना जाता है अर्थात् इसमें तथ्यों का वर्गीकरण समय

के आधार पर किया जाता है। इस आधार पर वर्गीकरण करना काफी आसान होता है क्योंकि विभिन्न समय या अवधि के अंतर्गत तथ्यों को रखना मुश्किल नहीं होता। उदाहरण के लिए, विभिन्न वर्षों में खाद्यान्नों के भावों की क्या स्थिति रही। एक अर्थ में काल श्रेणियाँ परिमाणात्मक आवंटनों के समान होती हैं क्योंकि श्रेणी का प्रत्येक अनुवर्ती वर्ष या महीना पहले दिए गए वर्ष से एक से कम अथवा अधिक होता है।

**4. भौगोलिक वर्गीकरण (Geographical Classification) :** संकलित तथ्यों का स्थान अथवा भौगोलिक क्षेत्र के अनुसार भी वर्गीकरण किया जा सकता है। उदाहरण के लिए, विभिन्न प्रान्तों में बी.कॉम कक्षाएँ पास करने वाले विद्यार्थियों का वर्गीकरण भौगोलिक आधार पर किया गया वर्गीकरण भौगोलिक वर्गीकरण कहलाता है।

**वर्गीकरण की विशेषताएँ (Characteristics of Classification) :**

एलहान्स, कॉनर, इलर्सिक आदि ने वर्गीकरण की विशेषताओं का वर्णन किया है। इनके आधार पर इसकी निम्नलिखित विशेषताओं को निश्चित किया जा सकता है—

**1. व्यापकता (Extensiveness) :** वर्गीकरण की प्रथम विशेषता यह है कि यह इतना व्यापक होना चाहिए कि एकत्र सामग्री की सभी इकाइयाँ किसी—न—किसी वर्ग में अवश्य सम्मिलित की जा सकें। कोई भी इकाई छूटनी नहीं चाहिए। अगर कुछ इकाइयाँ निश्चित वर्ग में नहीं आ पाती हैं तो ऐसी स्थिति में एक “विविध” वर्ग बना लेना चाहिए। वर्गों का निर्माण करते समय इस बात का विशेष ध्यान रखना चाहिए कि वर्ग पूर्ण एवं व्यापक हो।

**2. स्पष्टता एवं निश्चितता (Clarity and Definiteness) :** सभी वर्गों का निर्माण इस प्रकार किया जाए कि वह स्पष्ट, सुनिश्चित एवं सरल हो। कौन सी इकाई किस वर्ग में रखी जाए, इस बारे में कोई दुविधा या अस्पष्टता नहीं होनी चाहिए। एक इकाई मात्र एक वर्ग में ही आनी चाहिए। इकाई के वितरण में किसी प्रकार का आंशिक सन्देह भी नहीं होना चाहिए।

**3. स्थिरता (Stability) :** वर्गीकरण में स्थायित्व होना जरूरी है। यह श्रेष्ठ वर्गीकरण का आवश्यक लक्षण है। संगृहित सामग्री का जितनी बार वर्गीकरण किया जाए उसमें किसी प्रकार का अन्तर नहीं आना चाहिए। भारतीय जनगणना के अन्तर्गत व्यावसायिक वर्गीकरण में यही दोष निहित है। इसमें विभिन्न व्यवसायों को अलग—अलग रूप में परिभाषित किया गया है। इस कारण तुलना करना कठिन हो जाता है। वर्ग विशिष्ट में रखे जाने वाले मदों को एक बार निर्धारित करने के बाद उनमें परिवर्तन नहीं करना चाहिए।

4. **अनुकूलता (Suitability)** : शोध के उद्देश्य के अनुसार वर्ग की रचना की जानी चाहिए। उदाहरणार्थ मजदूरों की सामाजिक स्थिति का अध्ययन करने में सामाजिक प्रस्थिति के लक्षणों के अनुसार वर्गीकरण करना चाहिए। उसमें राजनैतिक, मनोवैज्ञानिक लक्षणों के आधार पर वर्गीकरण होना चाहिए।

5. **सजातीयता (Homogeneity)** : प्रत्येक वर्ग की इकाइयों में परस्पर समान गुण होने चाहिए अर्थात् उनमें सजातीयता होनी चाहिए। जिस गुण के आधार पर वर्गीकरण किया गया है उसी गुण के अनुसार एक वर्ग की सभी इकाइयाँ होनी चाहिए। उस गुण का अन्य वर्गों में अभाव होना चाहिए।

6. **लचीलापन एवं परिवर्तनशीलता (Flexibility and Changeability)** : एक आदर्श वर्गीकरण वही होता है जिसमें वर्गीकरण लोचदार हो। नवीन परिस्थितियों के उभरने पर आवश्यकतानुसार वर्गों में परिवर्तन एवं संशोधन करना संभव हो।

7. **शोध के अनुरूप (According to Research)** : वर्गीकरण का आधार शोध के अनुरूप होना चाहिए। अगर दो श्रमिक समूहों का अध्ययन ग्राम-नगर के आधार पर किया जा रहा है तो बुद्धिलब्धि पर आधारित वर्गीकरण अर्थहीन होगा क्योंकि निवास स्थान का सम्बन्ध बुद्धिलब्धि से नहीं होता है।

8. **उपयुक्त आकार (Suitable Size)** : वर्गीकरण के अन्तर्गत आने वाले सभी वर्ग न तो बहुत अधिक विस्तृत हों और न ही बहुत संकीर्ण। अध्ययन की सामग्री की मात्रा अर्थात् संख्या एवं गुण देखकर दो वर्गों की संख्या निर्धारित करनी चाहिए। वर्ग की तुलना एवं विश्वसनीयता की दृष्टि से वर्गों की संख्या एवं आकार ठीक-ठीक होने चाहिए।

### वर्गीकरण की प्रक्रिया

वर्गीकरण की प्रक्रिया का सार वर्गों, कोटियों अथवा श्रेणियों के विकास में निहित है। श्रेणियों के निर्माण की प्रक्रिया के अन्तर्गत प्राप्त की गई मौलिक सामग्री को कुछ समूहों में इस प्रकार विभाजित किया जाता है कि वह अर्थपूर्ण प्रतीत होने लगे। कुछ श्रेणियाँ तो आँकड़ों से स्वयं ही प्राप्त हो जाती हैं, किन्तु कुछ का निर्माण करना पड़ सकता है। कुछ श्रेणियों की सूचना संग्रह के पूर्व ही निर्मित की जा सकती हैं जैसे कि प्रतिबन्धित प्रश्नों (Structured Question) के सन्दर्भ में तथा कुछ का निर्माण सूचना संग्रह का कार्य समाप्त होने पर किया जाता है।

वर्गों अथवा श्रेणियों का निर्माण करते समय निम्न नियमों का पालन किया जाना चाहिए।

1. **अनुसन्धान उद्देश्यों के लिए सार्थकता (Relevance for Research Objectives)** : बनाई गई श्रेणियों को अनुसन्धान उद्देश्यों के साथ घनिष्ठ रूप से सम्बन्धित होना चाहिए।
2. **पूर्णता (Comprehensiveness)** : श्रेणियों का निर्माण इस प्रकार किया जाना चाहिए कि संग्रहीत समस्त सूचना किसी न किसी श्रेणी के अन्तर्गत अवश्य ही वर्गीकृत की जा सके। "ज्ञात नहीं" अथवा "कोई प्रत्युत्तर नहीं" के लिए भी समुचित प्रावधान किया जाना चाहिए।
3. **पारस्परिक पृथकता (Mutual Exclusiveness) एवं स्वतन्त्रता** : श्रेणियों में किसी भी प्रकार की परस्पर व्यापकता नहीं पाई जानी चाहिए तथा इसमें स्पष्ट रूप से पृथकता दिखाई देनी चाहिए।
4. **स्पष्ट परिभाषा (Clear Definition)** : प्रत्येक श्रेणी की स्पष्ट परिभाषा की जानी चाहिए ताकि किसी प्रकार के सन्देह एवं भ्रम की गुँजाइश न रह सके।
5. **श्रेणियों की व्यापकता (Comprehensiveness of Categories)** : श्रेणियों का निर्माण इस दृष्टि से किया जाए कि इनका प्रयोग करते हुए सूचना के साराँश रूप का उचित अनुमान लगाने के अतिरिक्त व्यक्तिगत प्रत्युत्तरों को भी समझना सम्भव हो सके। साथ ही साराँश एवं विस्तार के बीच उचित सामंजस्य स्थापित करने का प्रयास किया जाना चाहिए।
6. **एकीकता (Unitariness)** : श्रेणियों का विकास इस प्रकार किया जाना चाहिए कि अध्ययन की प्रत्येक इकाई को केवल एक ही श्रेणी में केवल एक बार ही सम्मिलित किया जा सके।
7. **वर्गीकरण का एक सिद्धान्त (One Classification Principle)** : प्रत्येक श्रेणी का निर्माण वर्गीकरण के एक ही सिद्धान्त को प्रयोग में लाते हुए किया जाना चाहिए।
8. **प्रबन्ध का एक स्तर (One Level of Discourse)** : श्रेणियों के निर्माण की सम्पूर्ण योजना में अधिक सरलता एवं कहीं अधिक जटिलता का समावेश नहीं होना चाहिए।

अप्रतिबन्धित प्रश्नों का प्रयोग करते हुए श्रेणियों के निर्माण में यह आवश्यक होता है कि प्रत्येक उत्तरदाता द्वारा प्रदान किये गये उत्तरों को साराँशबद्ध किया जाए। फिर इन सभी उत्तरदाताओं के प्रत्युत्तरों में सामान्यता को ध्यान में रखते हुए काफी बड़ी संख्या में श्रेणियों का निर्माण किया जाए, और बाद में इन श्रेणियों को सामान्य विशेषताओं के आधार पर एक-दूसरे के साथ सम्मिलित करते हुए अन्तिम रूप से प्रयोग में लाई जाने वाली श्रेणियों की संख्या को सीमित किया जाए।

**वर्गीकरण के प्रकार (Types of classification) :** वर्गीकरण दो प्रकार का होता है :

(i) गुणात्मक वर्गीकरण

(ii) संख्यात्मक वर्गीकरण।

(i) **गुणात्मक वर्गीकरण (Qualitative Classification) :** इस प्रकार के वर्गीकरण का आधार कोई गुण होता है। इकाइयों की गणना किसी एक विशेष अथवा अनेक गुणों के आधार पर की जाती है कि कितनी इकाइयों में वह विशेष गुण विद्यमान है और कितनी में नहीं। उदाहरण के लिए, साक्षरता के आधार पर कितने व्यक्ति साक्षर हैं तथा कितने निरक्षर। इसी प्रकार धर्म, व्यवसाय आदि के आधार पर भी वर्गीकरण किया जा सकता है। इस प्रकार जब तथ्यों को गुणात्मक विशेषताओं अर्थात् गुणों के आधार पर जैसे शिक्षा, धर्म, रोजगार आदि के आधार पर वर्गीकृत किया जाता है तो इस प्रकार का विभाजन गुणात्मक वर्गीकरण कहलाता है।

(ii) **संख्यात्मक वर्गीकरण (Quantitative Classification) :** जब वर्गीकरण का आधार गुण के स्थान पर कोई ऐसे चल मूल्य (Variable) होते हैं जिनकी प्रत्यक्ष माप की जा सकती है, तो इस प्रकार के वर्गीकरण को संख्यात्मक वर्गीकरण कहते हैं। उदाहरण के लिए, ऊँचाई, लम्बाई, भार, आय आमदनी इत्यादि। गुणों के अनुसार वर्गीकरण तो उनकी उपस्थिति अथवा अनुपस्थिति के आधार पर भी हो सकती पर चल मूल्यों में ऐसा नहीं होता। उसकी उपस्थिति तो प्रत्येक इकाई में होती है पर उसकी मात्रा में अवश्य अन्तर होता है।

### 3.6.2 संकेतीकरण (Codification)

तथ्यों का वर्गीकरण करने के पश्चात् संख्यात्मक विवेचना के लिए उत्तरों का संकेतन करना होता है। इसका अर्थ है बड़े-बड़े वर्गात्मक उत्तरों को संकेतों या प्रतीकों (Symbols) के द्वारा व्यक्त करना। यह काम सूचना-सम्पादन करते समय भी किया जा सकता है। इसका उद्देश्य यह होता है कि भिन्न-भिन्न उत्तरों को सांकेतिक श्रेणियों में इस प्रकार रख दिया जाए कि उनकी आवश्यक विशेषताएँ स्पष्ट हो जाएँ।

आधुनिक अनुसन्धान में संकेतन का एक महत्त्वपूर्ण स्थान है। अनुसन्धानों में कार्य की कुशलता, समय की बचत और शुद्धता की दृष्टि से संकेतन प्रणाली को काम में लाया जाता है। इसके अंतर्गत तथ्यों को संकेतन संख्या दे दी जाती है और इन संकेतन

संख्याओं को गिनकर हम यह बता सकते हैं कि किस वर्ग में कुल कितने (Items) की संख्या है। सावधानीपूर्वक सम्पन्न किया गया संकेतन, अनुसन्धान की महत्त्वपूर्ण सम्पत्ति है।

### 3.16 संकेतीकरण की परिभाषाएं :

संकेतीकरण की कुछ प्रमुख परिभाषाएं इस प्रकार हैं :

गुडे तथा हॉट के अनुसार, “संकेतीकरण एक ऐसी प्रक्रिया है जिसके द्वारा तथ्यों को वर्गों में संगठित किया जाता है और प्रत्येक पद को जो जिस वर्ग में आता है, एक संख्या या संकेत (Symbol) प्रदान किया जाता है। इस प्रकार संकेतों को गिनकर हम बता सकते हैं कि किसी दिए हुए वर्ग में पदों की संख्या कितनी है, परन्तु आधारभूत प्रक्रिया वर्गीकरण की है।”

सेलिज एवं अन्य के अनुसार, “संकेतीकरण तकनीकी प्रणाली है जिसके द्वारा तथ्यों को श्रेणीबद्ध किया जाता है। संकेतीकरण के द्वारा मूल तथ्यों का संकेतों में परिवर्तन किया जाता है,—उन्हें गिना एवं सारिणीयन भी किया जा सकता है।”

कर्लिंजर ने पहले संकेत की परिभाषा दी है और उसके बाद संकेतीकरण की दी है जो निम्नलिखित है, “एक संकेत प्रतीतों का समुच्चय है जिसे वस्तुओं के समुच्चय को कई कारणों से प्रदान किया जाता है। बहु-प्रतिगतन विश्लेषण में, संकेतीकरण जनसंख्या के सदस्यों या निदर्शन को संख्या प्रदान करता है जो सदस्यों के समूह या उप-समुच्चय को स्वतंत्र तरीकों से निर्धारित नियमों के अनुसार इंगित करते हैं।” इस सम्बन्ध में मोजर ने लिखा है कि, “सर्वेक्षण में संकेतन का उद्देश्य एक प्रश्न के उत्तरों का अनेक अर्थपूर्ण श्रेणियों में इस प्रकार वर्गीकरण करना है जिससे उनकी आधारभूत विशेषताओं को ज्ञात किया जा सके।”

### संकेतीकरण की विशेषताएँ (Characteristics of Coding) :

संकेतीकरण की मुख्य विशेषताएँ निम्नलिखित हैं। जिनको वैज्ञानिकों द्वारा इसकी परिभाषाओं एवं अर्थ में स्पष्ट किया गया है।

1. इसके द्वारा मूल तथ्यों एवं सामग्री को संकेतों में परिवर्तित करके सारिणीयन एवं गणना के लिए उपयुक्त बनाया जाता है।
2. गुडे एवं हॉट के अनुसार इसकी प्रमुख प्रक्रिया तथ्यों का वर्गीकरण करने की है।
3. यह मूल या मौलिक सामग्री के प्रत्येक पद को वर्ग के अनुसार संकेत प्रदान करती है।
4. यह तथ्यों को श्रेणीबद्ध करने के लिए आधार प्रदान करती है।

5. यह तथ्यों के विश्लेषण के कार्य को मितव्ययी बनाती है। इसके द्वारा विस्तृत सामग्री कम समय एवं न्यून धन के द्वारा विभिन्न वर्गों एवं उप-वर्गों में बाँटी जाती है।
6. संकेतीकरण ही ऐसी प्रक्रिया है जो गुणात्मक तथ्यों को परिमाण में परिवर्तित करके सांख्यिकीय विश्लेषण के उपयुक्त बनाती है।
7. यह तथ्यों को शुद्धता प्रदान करती है।
8. इसके द्वारा शोधकर्ताओं एवं सामग्री-विश्लेषणकर्ताओं की न्यून आवश्यकता पड़ती है।

### संकेतन के लाभ

#### (Advantages of Coding)

1. यह शुद्धता को प्रोत्साहन देता है।
2. यह समय और स्थान की बचत करता है।
3. पुनः सारिणीयन करने से छुटकारा मिलता है या उसे कम से कम कार्य करना पड़ता है।
4. अनुसन्धानकर्ता को अधिकतम श्रम से बचाता है।

**संकेतीकरण प्रक्रिया के स्तर (Stage of Coding Process) :** सामाजिक अनुसन्धान में सामग्री का संकेतीकरण तीन स्तरों पर सम्पन्न किया जाता है, जो निम्नानुसार है—

1. **उत्तरदाताओं के स्तर पर संकेतीकरण (Coding at Respondents Stage) :** प्रश्नावली और अनुसूची में अनेक प्रश्न ऐसे होते हैं जिनके सम्भावित उत्तर प्रश्नों के नीचे विकल्प के रूप में दिए होते हैं। शोधकर्ता इन सम्भावित उत्तरों को संकेत भी प्रदान कर देता है। उत्तरदाताओं को निर्देश दे दिए जाते हैं कि उन्हें प्रश्नों के उत्तर किस प्रकार देने हैं। प्रश्नावली के उत्तर पहले से ही संकेतबद्ध होने के फलस्वरूप उत्तरदाता के स्तर पर उत्तरों का संकेतीकरण स्वतः ही हो जाता है।
2. **साक्षात्कर्ताओं के स्तर पर संकेतीकरण (Coding at Interviewers's Stage) :** साक्षात्कर्ता जब अनुसूची के द्वारा सूचनादाताओं से सूचना एकत्र करता है तब वह उत्तरों का संकेतीकरण साथ-साथ करता चला जाता है। प्रश्नावली और अनुसूची में प्रमुख अन्तर होता है कि प्रश्नावली में उत्तरदाता स्वयं प्रश्नों के उत्तर भरता है जबकि अनुसूची में साक्षात्कर्ता सूचनादाता से प्रश्नों को पूछता है और सूचनादाता द्वारा दिए गए उत्तरों को साक्षात्कर्ता स्वयं अनुसूची में भरता है। इसलिए जिस प्रकार से उत्तरदाता अपने स्तर पर उत्तरों का संकेतीकरण करता है लगभग उसी प्रकार से साक्षात्कर्ता भी उत्तरों का

संकेतीकरण करता है। जो प्रश्न खुले होते हैं, उनके सम्भावित उत्तर विकल्प के रूप में प्रश्नों के नीचे नहीं दिए जाते हैं; इनका संकेतीकरण बाद में कार्यालय के स्तर पर किया जाता है।

**3. कार्यालय के स्तर पर संकेतीकरण (Coding at the Level of Office) :** सभी उत्तरदाता प्रश्नावलियों के उत्तर भर कर और सभी साक्षात्कर्ता सूचनादाताओं से अनुसूचियाँ भर कर शोध संस्थान केन्द्र को भेज देते हैं। इस प्रकार से सभी प्राप्त प्रश्नावलियाँ और अनुसूचियाँ जो कार्यालय को प्राप्त होती हैं, उनका संकेतीकरण कार्यालय में नियुक्त किए गए संकेत निर्धारकों द्वारा किया जाता है। इस प्रकार से कार्यालय अन्तिम स्तर है जहाँ पर संकेतीकरण का बचा हुआ कार्य सम्पन्न किया जाता है।

### संकेतकों का चयन

#### (Selection of Coders)

बड़े पैमाने पर किए जाने वाले अनुसन्धानों में संकेतकों की नियुक्ति अनिवार्य हो जाती है। संकेतकों के संकेतीकरण पर आँकड़ों पर अशुद्ध विश्लेषण और उसका उचित अर्थापन निर्भर करता है। अतः संकेतकों का चयन करने में अनेक सावधानियाँ रखनी चाहिए। संकेतक ऐसा संवेदनशील व्यक्ति होना चाहिए जो शब्दों के गूढ अन्तरों को पहचान सके। उसको अनुसन्धान विषयों के मूल संप्रत्यय स्पष्ट होने चाहिए क्योंकि तभी वह उद्देश्य के अनुकूल संकेतीकरण कर सकेगा। यह तभी सम्भव है जबकि वह बुद्धिमान हो। संकेतीकरण एक उबाने वाला यान्त्रिक कार्य है जिसे बार-बार दोहराना पड़ता है। अतः संकेतक ऐसा व्यक्ति होना चाहिए जो शीघ्र उबे नहीं।

### संकेतकों का प्रशिक्षण

#### (Training to Coders)

संकेतकों का प्रशिक्षण निम्नलिखित सोपानों में होना चाहिए—

1. अनुसन्धान के उद्देश्य अच्छी प्रकार समझा देने चाहिए। उन्हें अच्छी प्रकार प्रेरित करने के लिए अनुसन्धान कार्य के पीछे अनुसन्धानकर्ताओं की प्रेरणाओं से अवगत करा देना चाहिए।
2. आँकड़ा-सामग्री की सभी कोटियों तथा साँकेतिक नामों को अच्छी प्रकार सोदाहरण समझा देना चाहिए। उन्हें प्रत्येक कोटि और साँकेतिक नाम के पीछे तार्किकता समझ में आ जानी चाहिए।

3. संकेतकों को संकेतीकरण का अभ्यास कराना चाहिए। इस अभ्यास से उनकी त्रुटियों का पता लगेगा और सांकेतिक नामों को समझने की कमियाँ दूर हो जाएँगी। आवश्यकता पड़ने पर सामूहिक चर्चा की जानी चाहिए।

4. जब यह निर्णय हो जाए कि वे सांकेतिक नाम एक ही मनोरचना के आधार पर दे रहे हैं तो अन्तः संकेतक विश्वसनीयता (Inter-Coer-Reliability) का मापन कर लेना चाहिए। विश्वसनीयता बहुत अधिक आने पर (नौ से कम नहीं) मुख्य आँकड़ा-सामग्री का इन संकेतकों का इन संकेतकों द्वारा संकेतीकरण आरम्भ किया जा सकता है।

**सावधानियाँ (Precautions) :** तथ्य-सामग्री को एकत्र करने के बाद उसकी जाँच की जानी चाहिए ताकि सम्भावित गलती को उसी समय दूर किया जा सके। यदि एक बार जाने या अनजाने में गलती रह गई और उसका पता नहीं लगाया गया तो वह आगे जाकर परिणामों को बहुत प्रभावित करेगी। इसलिए संकेतनकर्ता को चाहिए वह तथ्यों की तुरन्त जाँच कर ले। तथ्यों को सम्पादित करना चाहिए। इससे यह लाभ होता है कि अनुसन्धानकर्ता तथ्यों के संकलन करने के गुण को सुधार सकता है, उसकी कई गलतफहमियाँ दूर हो सकती हैं। जहाँ आवश्यक हो, निरीक्षणकर्ता की भी जाँच व्यवस्थित ढंग से होनी चाहिए ताकि कई समस्याएँ उसी समय दूर हो सकें।

संकेतन प्रक्रिया की सफलता के लिए यह आवश्यक है कि तथ्य-सामग्री को एकत्र करने के तुरन्त बाद उसकी जाँच की जाये। उन तथ्यों को सही ढंग से सम्पादित किया तथा त्रुटियों को निकाला जाना चाहिए। जाँच में अनेक बातें देखी जाती हैं—

(i) सभी मदों को भरकर पूर्णता लाई जाये। खाली स्थान को भरते समय यह ध्यान देना चाहिए कि जो प्रश्न पूछे जा रहे हैं उनकी क्या प्रकृति है। गलत ढंग से भरे गए खाली स्थान गलत परिणाम ला सकते हैं।

(ii) साक्षात्कारक या अवलोकनकर्ता का लेख सुपठनीय होना चाहिए। जब संकेतनकर्ता को सामग्री प्रदान की जाए, उस वक्त ही उसको देख लेना चाहिए कि अक्षर पढ़ने योग्य है या नहीं। वह उस वक्त तो साक्षात्कारकर्ता से सही जानकारी प्राप्त कर सकता है।

(iii) उसके लेखन में बोधगम्यता हो। कभी-कभी ऐसा होता है कि रिकार्ड किया गया उत्तर साक्षात्कारकर्ता या निरीक्षणकर्ता के समझने योग्य है।

(iv) उत्तरों में सुसंगति देखी जाये। किसी साक्षात्कार व निरीक्षण में असंगतपूर्ण बातें संकेतन में कई समस्याएँ पैदा कर देती हैं। उदाहरण के लिए, सफेद और नीग्रो लोगों के संबंधों

पर कोई साक्षात्कार लिया गया हो, जिसमें उत्तरदाता एक बार तो यह उत्तर देता है कि उसने कभी नीग्रो परिवार की जानकारी या उसका निरीक्षण नहीं किया, लेकिन कभी बीच में यह उत्तर देता है कि वह कभी-कभी उनके परिवार में भी चला जाता है। ऐसी असंगतपूर्णता को दूर किया जाना चाहिए। अन्यथा संकेतन के लिए गम्भीर समस्या पैदा हो जाएगी।

(v) सभी साक्षात्कारकर्त्ताओं अथवा अवलोकनकर्त्ताओं को निर्देश दिये जायें ताकि ये एकरूप कार्य विधि को अपनाएँ। संकेतन करने के बाद ठीक ढंग से वर्गीकरण करने की योजना बनायी जानी चाहिए। तथ्य अपने आप कुछ नहीं कहते। उनका अध्ययन करने के लिए उपयुक्त ढंग से वर्गीकरण तथा सारिणीयन किया जाना चाहिए।

### 3.6.3 सामग्री का सारिणीयन

#### (Tabulation of Data)

सूचनाओं के वर्गीकरण तथा संकेतन करने के पश्चात् सामग्री को और भी स्पष्ट करने के लिए तथ्यों का सारिणीयन किया जाता है। सारणी के माध्यम से विभिन्न प्रकार के तथ्यों को तुलनात्मक स्तर पर लाया जाता है। एक अच्छी सारणी में शीर्षक, खाने, रेखाएँ, अंक उनका क्रम, प्रतिशत आदि लिखने की उचित व्यवस्था होनी चाहिए। सामग्री का सारिणीयन बड़े स्तर के अध्ययनों में इसलिए आवश्यक हो जाता है कि इसी प्रक्रिया के द्वारा गुणात्मक तथा परिमाणात्मक दोनों ही प्रकार के तथ्यों को एक सांख्यिकीय रूप दिया जाता है और अधिक मात्रा में फैले हुए आँकड़ों को एक संक्षिप्त स्वरूप प्रदान करके उनका एकीकरण कर लिया जाता है। जहोडा ड्यूट्स, कूक आदि ने लिखा है कि, “जिस प्रकार संकेतन को तथ्यों के श्रेणीबद्ध करने की प्राविधिक पद्धति कहा जाता है, उसी प्रकार सारिणीयन को सांख्यिकीय तथ्यों के विश्लेषण की प्राविधिक प्रक्रिया का अंग माना जाता है।”

सी.ए. मोजन ने 'Survey Methods in Social Investigation' में लिखा है कि “मौलिक रूप से सारिणीकरण विभिन्न कार्यों में से प्रत्येक के अन्तर्गत पाए जाने वाले उत्तरदाताओं की संख्या की गणना से अधिक और कुछ नहीं हैं।”

जहोदा एवं अन्य ने 'Research Methods in Social Relation' में लिखा है कि “सारिणीयन आँकड़ों के सांख्यिकीय विश्लेषण की प्राविधिक प्रक्रिया का एक अंग है। इसके

अन्तर्गत आवश्यक क्रिया उन उत्तरदाताओं की संख्या को निर्धारित करने के लिए गणना करने की है जो विभिन्न श्रेणियों में पायी जाती है।”

ग्रेगरी एवं वार्ड के अनुसार, “सारिणीयन वर्गीकृत आँकड़ों को सारिणी के रूप में संक्षिप्त करने की प्रविधि है जिससे उसे अधिक सुगमता से समझा जा सके तथा कोई भी निहित तुलना अधिक शीघ्रता से की जा सके।”

डी.एन.एलहंस ने 'Fundamentals of Statistics' में सारिणीयन को स्पष्ट करते हुए लिखा है कि “विस्तृत अर्थ में सारिणीयन आँकड़ों को कुछ स्तम्भों और पंक्तियों में प्रस्तुत करने की एक व्यवस्थित क्रमबद्धता है...यह एक ओर आँकड़ों के संकलन और दूसरी ओर आँकड़ों के अन्तिम विश्लेषण के बीच की एक प्रक्रिया है।”

**सारिणीयन के उद्देश्य (Objectives of Tabulation) :** सारिणीयन के प्रमुख उद्देश्य इस प्रकार हैं:

1. **सुव्यवस्थित प्रस्तुतीकरण (Systematic Presentation) :** सारिणीयन का मुख्य उद्देश्य अनुसन्धान द्वारा प्राप्त सामग्री को व्यवस्थित रूप से प्रस्तुत करना है, जिससे सामग्री एक स्थान पर रखी जा सके, और वह बोधगम्य हो सके।
2. **बोधगम्य सूचनाएँ (Understandable Information) :** सारिणीयन का यह उद्देश्य है कि वर्गीकृत तथ्यों को संक्षिप्त, सुविधाजनक एवं समझने योग्य स्थिति में रखा जाए, जिससे वे बोधगम्य हो सकें।
3. **तथ्यों का स्पष्टीकरण (Clarification of Facts) :** संकलित सामग्री को स्पष्ट करने के लिए उन्हें सारणियों के रूप में प्रस्तुत किया जाता है, जिससे समस्त सूचना एक साथ मिल जाती है। इससे निष्कर्ष निकालने में सुविधा रहती है, और समस्या का स्पष्टीकरण सरलता से हो जाता है।
4. **सुविधाजनक तुलना (Convenient Comparison) :** सारिणीयन द्वारा विभिन्न तथ्य अलग-अलग शीर्षकों में वर्गीकृत किए जाते हैं, इससे परस्पर उनकी तुलना करना, निष्कर्ष निकालना एवं व्याख्या करना सरल हो जाता है।
5. **संक्षिप्तिकरण (Summarization) :** सारिणीयन का उद्देश्य तथ्यों को छोटे रूप में प्रदर्शित करना है, जिससे विस्तृत सूचना एक ही दृष्टि में मिल सके। इसी विशेषता के कारण पी. वी. यंग ने इसे ‘सांख्यिकीय सारणियों की संकेत-लिपि’ कहा है।

**श्रेष्ठ सारणी की विशेषताएँ (Characteristics of a Good Table) :** सारणी एकत्रित तथ्यों को सरल, बोधगम्य तथा आकर्षक बनाने का एक साधन है और एक साधन के रूप में इसे अधिक से अधिक उत्तम प्रकृति का होना चाहिए। इसके लिए नीचे दिये गये गुणों का होना जरूरी है:

1. **आकर्षक (Attractive) :** सारणी यदि एक चित्र जैसा प्रभाव जमाने के उद्देश्य से बनायी गयी हो तो उसकी आकृति तथा बनावट विभिन्न प्रकार से आकर्षक होनी चाहिए। उसमें शीर्षक शब्द तथा अंक, लाइनें खींचने का कार्य इत्यादि बड़ी स्वच्छता तथा सुलेख के साथ होना चाहिए।

2. **समुचित आकार (Adequate Size) :** एक उच्चस्तरीय सारणी का आकार समुचित होना चाहिए। 'समुचित' का मतलब है कि आकार न बहुत बड़ा हो और न ही बहुत छोटा। यदि आकार बड़ा होगा तो सारणी की सरलता नष्ट हो जायेगी। सारणी का एक उद्देश्य एकत्रित तथ्यों को संक्षिप्त रूप प्रदान करना है। आकार बहुत बड़ा होने पर इस उद्देश्य की पूर्ति नहीं हो पाती है। यदि सारणी का आकार छोटा होगा तो कुछ तथ्यों की विशेषताएँ प्रकट नहीं हो पाती हैं और न ही तुलनात्मक अध्ययन पूर्णतया किया जा सकता है।

3. **तुलना की सुविधा (Comparability) :** एक अच्छे किस्म की सारणी में तथ्यों को इस प्रकार व्यवस्थित रूप में सजाकर प्रस्तुत किया जाता है कि विभिन्न तथ्यों के बीच तुलनात्मक अध्ययन करना हमारे लिए सरल हो जाए।

4. **सम्पूर्ण सूचनाएँ (Full Information) :** सारणी का बाहरी रूप ऐसा होना चाहिए जिससे सभी प्रकार की सूचनाएँ एक क्रम या व्यवस्था के अनुसार शीर्षकों, उपशीर्षकों तथा विभिन्न खानों में प्रस्तुत की जा सकें। कोई भी अधिक आवश्यक सूचनाएँ सारणी में से छूट जाना सारणी को अनुपयोगी बना सकता है।

5. **स्पष्टता (Clarity) :** एक उत्तम सारणी का स्पष्ट तथा सरल होना बहुत आवश्यक है। सारणी इतनी सरल और स्पष्ट होनी चाहिए कि साधारण व्यक्ति भी उसे देखकर समझ सके। सारणी के स्पष्ट होने पर हम किसी भी आँकड़े को तुरन्त ढूँढ सकते हैं।

6. **वैज्ञानिक दृष्टिकोण (Scientific Approach) :** यदि सारणी को वैज्ञानिक ढंग से बनाया जाए तब उसमें समय की बचत के साथ-साथ सारी सूचनाएँ अंतर्संबंधित होते हुए भी एक क्रम से लगी हुई होंगी।

7. उद्देश्य के अनुकूल (**In accordance with the purpose**) : सारणी का निर्माण इस ढंग से किया जाना चाहिए कि अध्ययन के उस उद्देश्य की पूर्ति हो जिस उद्देश्य से सारणी को तैयार करना आवश्यक माना गया है।

सारणियों के प्रकार

**(Types of Tables)**

(1) उद्देश्य के आधार पर (On the Basis of Objective).

(2) बनावट के आधार पर (On the Basis of Construction).

(3) आवृत्ति के आधार पर (On the Basis of Frequency).

1. उद्देश्य के आधार पर (**On the Basis of Objective**) : उद्देश्य के आधार पर सांख्यिकीय सारणी दो प्रकार की होती है— सामान्य उद्देश्यीय सारणी और विशिष्ट उद्देश्यीय सारणी अथवा संक्षिप्त सारणी।

(अ) सामान्य उद्देश्यीय सारणी (**General Purpose Table**) : क्राकसटन तथा काउडेन का कथन है 'सामान्य उद्देश्यीय सारणी का प्राथमिक तथा प्रायः एकमात्र उद्देश्य समकों को ऐसे रूप में प्रस्तुत करना होता है कि व्यक्तिगत इकाइयाँ पाठक द्वारा तुरन्त ढूँढी जा सकें। इस प्रकार की सारणी का कोई विशेष उद्देश्य नहीं रहता और यह प्रायः किसी प्रकाशित रिपोर्ट के पीछे संलग्न रहती है। इसमें समस्त सूचना ज्यों की त्यों रखी जाती है, किसी विशेष प्रकार की तुलना के दृष्टिकोण से नहीं' इस प्रकार की सारणियों से हमें केवल कुछ विषयों के संदर्भ का ज्ञान होता है और किसी भी इकाई के बारे में जानने में सुविधा होती है। इस प्रकार की सारणियों का कोई विशिष्ट उद्देश्य नहीं रहता; और किसी विषय का संदर्भ ढूँढने में आसानी हो इस उद्देश्य की पूर्ति के लिए इस प्रकार की सारणी को किसी प्रकाशित रिपोर्ट के अंत में लगा दिया जाता है।

(ब) संक्षिप्त सारणी (**Summary Table**) : इस प्रकार की सारणी प्रायः एक या अधिक सामान्य उद्देश्यीय सारणियों की सहायता से किसी विशेष उद्देश्य की पूर्ति के लिए तैयार की जाती है। क्राकसटन तथा काउडेन के अनुसार, "संक्षिप्त सारणी जो प्रायः आकार में अपेक्षाकृत छोटी होती है किसी एक निष्कर्ष अथवा कुछ निकट संबंध वाले निष्कर्षों को अधिक से अधिक प्रभावपूर्ण ढंग से रखने के लिए तैयार की जाती है।" वास्तव में संक्षिप्त सारणी सामान्य उद्देश्यीय सारणी का एक छोटा रूप होती है जिसको कि कुछ तथ्यों की

विशेषताओं को विशिष्ट रूप से प्रदर्शित करने के उद्देश्य से तैयार किया जाता है। इसीलिए संक्षिप्त सारणी में उन सभी तथ्यों को छोड़ दिया जाता है जोकि विशिष्ट उद्देश्य से संबंधित है।

**2. बनावट के आधार (On the Basis of Construction) :** सामान्यतः सारणियों को हम चार भागों में बांटते हैं :

(i) **एक गुणीय सारिणीयन (One Way Tabulation) :** इस प्रकार की सारिणीयन में केवल एक ही गुण या विशेषता को दिखाया जाता है। जैसे परीक्षार्थियों के प्राप्तांक—

प्राप्तांक	विद्यार्थी
0-10	5
10-20	4
20-30	10
30-40	12
40-50	4

(ii) **द्विगुणीय सारिणीयन (Double way Tabulation) :** इस प्रकार की सारिणीयन में किसी घटना या तथ्यों की दो विशेषताओं या गुणों को दिखाया जाता है। जैसे निम्नलिखित सारणी में छात्राओं द्वारा प्राप्तांक को प्रदर्शित किया गया है—

प्राप्तांक	छात्रों द्वारा	छात्राओं द्वारा
0-10	4	10
10-20	9	12
20-30	10	14
30-40	6	17
40-50	8	5

(iii) **त्रिगुणी सारिणीयन (Tripple way Tabulation) :** इस प्रकार की सारणी में किसी घटना या तथ्य से सम्बन्धित तीन परस्पर विशेषताओं को आँकड़ों द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। जैसे निम्न सारणी में छात्र एवं छात्राओं के द्वारा प्राप्तांकों को छात्र तथा उनकी वैवाहिक स्थिति—इन तीनों गुणों को हम इस प्रकार प्रस्तुत करेंगे—

प्राप्तांक	छात्र			छात्राएँ			कुल योग		
	वि	अवि	योग	वि	अवि	योग	वि	अवि	अन्तिम योग
0-10	2	1	3	5	1	6	7	2	9
10-20	3	4	7	2	1	3	5	5	10
20-30	0	3	3	4	2	6	4	5	9
30-40	2	5	7	5	0	5	7	5	12
40-50	6	2	8	3	4	7	9	6	15

(iv) बहुगुणीय सारिणीयन (Manifold Tabulation) : किसी घटना अथवा सदस्य के बारे में तीन से अधिक प्रकार के परस्पर सम्बन्धित आँकड़ों को प्रस्तुत करने के लिए बहुगुणीय सारणी की आवश्यकता पड़ती है।

उदाहरण – सारणी में छात्र, छात्राओं, प्राप्तांक तथा कॉलेजों के बारे में परस्पर संबंध प्रदर्शित करने के लिए।

कॉलेज	प्राप्तांक	छात्र			छात्राएँ			कुल योग		
		वि	अवि	योग	वि	अवि	योग	वि	अवि	अन्तिम योग
जाट कॉलेज रोहतक	0-10	2	4	6	5	2	7	7	6	13
	10-20	3	3	6	2	4	6	5	7	12
	20-30	4	5	9	0	1	1	4	6	10
	30-40	2	4	6	2	3	5	4	7	11
	40-50	0	1	1	0	2	2	6	3	3
यूर्निवर्सिटी कॉलेज रोहतक	0-10	6	5	11	3	5	8	9	10	19
	10-20	7	8	15	8	7	15	15	15	30
	20-30	9	8	17	10	8	18	19	16	35
	30-40	9	7	16	9	7	16	18	14	32
	40-50	5	4	9	7	4	11	12	8	20

3. आवृत्ति के आधार पर सारणी (**On the Basis of Frequency**) : आवृत्ति के आधार पर सारणी दो प्रकार की होती है। एक को आवृत्ति सारणी (Frequency Table) और दूसरी को संचयी आवृत्ति सारणी (Cumulative Frequency Table) कहते हैं।

(अ) आवृत्ति सारणी (**Frequency Table**) : जब खंडित श्रेणियों (Discrete Series) अथवा अखंडित श्रेणियों (Continuous Series) को सारणी में प्रदर्शित किया जाता है तो उसे आवृत्ति सारणी कहते हैं।

(ब) संचयी आवृत्ति सारणी (**Cumulative Frequency Table**) : इसमें प्रत्येक समूह या वर्ग की आवृत्ति को अलग-अलग प्रदर्शित नहीं करते बल्कि पिछली आवृत्ति में जोड़कर प्रदर्शित करते हैं।

**सारिणीयन का लाभ अथवा महत्त्व**

**(Advantage or Importance of Tabulation)**

सारिणीयन का वर्गीकृत सामग्री को प्रस्तुत करने में अत्यन्त महत्त्वपूर्ण स्थान है। बाउले (Bowley) ने बताया है कि "साँख्यिकीय अनुसन्धान की सामान्य योजना में सारिणीयन का कार्य उत्तर को, जिससे अनुसन्धान का सम्बन्ध है, सुलभ रूप में क्रमबद्ध करना है।" पाडेन (Paden) के विचार में, "एक साँख्यिकीय सारिणी का कार्य साधारण प्रस्तुतीकरण के अतिरिक्त विश्लेषण के उपयोगी यन्त्र के रूप में कार्य करना भी है।" सारिणीयन के महत्त्व को निम्नांकित बिन्दुओं में रखकर समझा जा सकता है—

1. **सरलता (Simplicity)** : सारिणीयन के द्वारा आँकड़ों को ऊपर से नीचे की ओर तथा बायें से दाहिनी ओर सफलतापूर्वक देखकर उनसे सम्बन्धित निष्कर्षों और प्रवृत्तियों को समझना भी एक सरल कार्य है। साथ ही इसके द्वारा संख्यात्मक त्रुटियों को दूर करके अधिक यथार्थ निष्कर्ष दिए जा सकते हैं।

2. **उद्देश्य की स्पष्टता (Clarity of Objects)** : सारिणीयन इस दृष्टिकोण से भी एक उपयोगी प्रणाली है कि उसके अन्तर्गत विभिन्न सारिणियों का निर्माण अध्ययन के उद्देश्यों को ध्यान में रखते हुए किया जाता है। जिससे अध्ययन के उद्देश्यों को समझना सम्भव हो जाता है। उदाहरण के लिए, यदि विभिन्न सारिणियों में किसी विशेष समूह की पारिवारिक, सामाजिक, आर्थिक तथा मनोवृत्ति सम्बन्धी विशेषताओं का समावेश होता है तो सरलता से यह समझा

जा सकता है कि अध्ययन का उद्देश्य एक विशेष समूह की सामाजिक-आर्थिक विशेषताओं को ज्ञात करना है।

3. **तुलनात्मक अध्ययन (Comparative Study)** : सारिणी के अन्तर्गत आँकड़ों को अनेक खानों और पंक्तियों में इस प्रकार व्यवस्थित करके प्रस्तुत किया जाता है कि विषय के विभिन्न पक्षों का तुलनात्मक अध्ययन करना सम्भव हो जाता है। इसके अतिरिक्त सारिणियों द्वारा प्रतिशत, अनुपात, माध्य अथवा औसत आदि के प्रदर्शन के कारण भी तुलनात्मक अध्ययन करना सरल हो जाता है।

4. **वस्तुनिष्ठता (Objectivity)** : सारणियों का निर्णय करना एक मनमाना कार्य नहीं होता बल्कि इनके निर्माण में वैज्ञानिक विधि का प्रयोग किया जाता है। सारणियाँ इसलिए भी वैज्ञानिक होती हैं कि इनके अर्थ में सार्वभौमिकता का गुण होता है। एक सारणी को देखने वाले सभी अनुसन्धानकर्ता उसका एक जैसा अर्थ लगाते हैं। इनके फलस्वरूप सारिणियों के माध्यम से किसी विशेषता का कहीं अधिक वैज्ञानिक रूप में प्रस्तुत करना सम्भव हो जाता है।

5. **मितव्ययता (Economy)** : सारिणीयन एक ऐसी विधि है जिसके द्वारा आँकड़ों के विशाल समूह को बहुत कम समय में ही व्यवस्थित करके महत्वपूर्ण निष्कर्ष प्रस्तुत किए जा सकते हैं। सारिणीयन की सहायता से प्रतिवेदन को संक्षिप्त बनाना अथवा कम पृष्ठों में ही अधिक से अधिक सूचनाएँ दे सकना सम्भव हो जाता है। इससे अध्ययनकर्ता के समय में भी बहुत बचत होती है।

6. **साँख्यिकीय विवेचन (Statistical Interpretation)** : सारिणीयन के अभाव में आँकड़ों का साँख्यिकीय विवेचन नहीं किया जा सकता। वर्तमान युग में जैसे-जैसे माध्य, माध्यिका, बहुलक, विचलन तथा सह-सम्बन्ध आदि के रूप में साँख्यिकीय विवेचन का महत्त्व बढ़ता जा रहा है, सारिणीयन के द्वारा तथ्यों को प्रदर्शित करना भी अनिवार्य हो गया है।

7. **चित्रमय प्रदर्शन (Diagrammatic Presentation)** : रिपोर्ट के प्रस्तुतीकरण में आँकड़ों के चित्रमय प्रदर्शन का एक महत्वपूर्ण स्थान है। दण्ड चित्रों अथवा ग्राफ के रूप में इन तथ्यों को केवल तभी प्रदर्शित किया जा सकता है जब पहले उन्हें सारणियों में व्यवस्थित कर लिया जाए। इस दृष्टिकोण से भी सामाजिक अनुसन्धान की प्रक्रिया में सारिणीयन के महत्त्व की अवहेलना नहीं की जा सकती।

**सारिणीयन की सीमाएँ (Limitations of Tabulation) :** सारिणीयन से जहाँ अनेक लाभ हैं वहीं इसकी कुछ सीमाएँ भी हैं, जिनके कारण यह पूर्णतया दोषों से मुक्त नहीं है। कुछ सीमाएँ निम्नलिखित हैं—

1. **केवल संख्यात्मक सूचनाएँ (Only Quantitative Information) :** सारिणीयन के द्वारा केवल संख्यात्मक सूचनाओं को ही स्पष्ट किया जा सकता है, गुणात्मक सूचनाएँ इस विधि से प्राप्त नहीं हो पातीं। किन्तु सामाजिक अनुसन्धानों में अधिकांश सूचनाएँ गुणात्मक प्रकृति की होने के कारण सारणियों से उन्हें व्यक्त करना कठिन होता है। यह इस विधि की सीमा है।

2. **विशिष्ट ज्ञान की आवश्यकता (Necessity of Specialized Knowledge) :** सारणियाँ गणितीय ज्ञान पर आधारित होती हैं और गणितीय ज्ञान सामान्य व्यक्ति के लिए कठिन होता है, इन्हें तो विशेष शिक्षित व्यक्ति ही समझ सकता है। अतः सारिणीयन के लिए विशेष ज्ञान की आवश्यकता है। इसकी यह भी एक सीमा कही जा सकती है।

3. **पूर्ण परिशुद्धता का अभाव (Lack of Complete Purity) :** सारिणीयन में प्रदर्शित सूचनाएँ पूर्णरूपेण स्वतन्त्र नहीं होती हैं क्योंकि उन्हें सापेक्षित रूप से विभिन्न पदों के अन्तर्गत दिखाया जाता है। ऐसा करने में कभी—कभी वे गलत अथवा असम्बद्ध रूप में भी प्रदर्शित की जाती हैं अथवा कभी—कभी महत्वपूर्ण सूचनाओं को भी सही स्थान नहीं दिया जाता। परिणामस्वरूप वे पूर्णतया विशुद्ध नहीं हो पाती हैं।

4. **नीरस एवं रूचिहीन (Dry and Disintrested) :** सारिणीयन के आँकड़े प्रायः नीरस होते हैं। उनमें केवल संख्याएँ होती हैं जिन्हें समझना अरुचिकर प्रतीत होता है, उन्हें समझने के लिए अधिक बौद्धिक योग्यता की आवश्यकता होती है। इसलिए सारणियाँ अनाकर्षक, अरुचिकर तथा नीरस दिखाई देती हैं।

**सारणी निर्माण के आवश्यक नियम एवं सावधानियाँ**

**(Rules and Precautions in preparing Tables)**

सारणी निर्माण एक साधारण कार्य नहीं है बल्कि एक ऐसा कार्य है जो कि अनुसन्धानकर्ता के अनुभव, कार्यकुशलता और विशुद्ध ज्ञान पर आधारित होता है। सारणी का निर्माण मनमाने ढंग से नहीं किया जाता है बल्कि उसके कुछ निश्चित नियम होते हैं

जिनका पालन करना आवश्यक होता है। इन नियमों को और सम्बन्धित सावधानियों को हम इस प्रकार प्रस्तुत कर सकते हैं :

1. **सारणी का शीर्षक (Heading of the Table) :** सारणी का एक उचित कथन संक्षिप्त शीर्षक होना चाहिए। यह आवश्यक है कि यह शीर्षक मोटे अक्षरों में लिखा जाए और वह स्पष्ट एवं आकर्षक हो। शीर्षक ऐसा हो जिससे सारणी का विषय, वर्गीकरण का आधार आदि स्पष्ट हो सके। वास्तव में सारणी को देखकर ही यदि उसका उद्देश्य स्पष्ट हो जाता है तो शीर्षक सार्थक होता है। यह स्मरण रखना चाहिए कि शीर्षक इतना लम्बा न हो कि वह दो-तीन लाइनों में लिखा जाए पर इतना छोटा भी न हो कि उसका अर्थ भी स्पष्ट न हो।

2. **स्तम्भों का आकार (Size of Columns) :** स्तम्भों का आकार निर्धारित करते समय उस कागज से आकार का ख्याल रखना चाहिए जिस पर कि सारणी को बनाना है। अनावश्यक रूप में केवल स्तम्भों के बड़ा कर देने से ही उचित सारणी का निर्माण नहीं हो जाता है। वास्तव में तथ्यों के विवरण के आधार पर स्तम्भों की लम्बाई-चौड़ाई निश्चित की जानी चाहिए। प्रायः प्रथम स्तम्भ सबसे बड़ा होता है क्योंकि इसमें खंडित या अखंडित श्रेणियों के वितरण लिखे जाते हैं। इसी प्रकार यह भी देख लेना चाहिए कि प्रत्येक स्तम्भ में हमें कितनी बड़ी व छोटी संख्या लिखनी हैं, इसी संख्या के आकार के अनुसार स्तम्भों या कॉलमों का आकार निश्चित करें जिससे कि संख्याओं को सरलता से लिखा जा सके।

3. **अनुशीर्षक (Captions) :** प्रत्येक स्तम्भों व कॉलमों का अनुशीर्षक होता है जिसे कि बहुत ही स्पष्ट रूप से लिख देना चाहिए जिससे कि यह स्पष्ट हो जाए कि एक कॉलक विशेष में किन तथ्यों के आँकड़ों को प्रस्तुत किया गया है। कभी-कभी बहुत बड़ी संख्या को प्रदर्शित करने के लिए कुछ संकेतों का प्रयोग किया जाता है। जैसे जनसंख्या 'लाखों में' अथवा '.00,000 व्यक्तियों में'। इस प्रकार के संकेतों को अनुशीर्षक के साथ ही जरूर लिख देना चाहिए।

4. **पंक्तियों में सूचना लिखना (Writing in Rows) :** तथ्यों का संख्याओं को पंक्तियों में लिखने की कई विधियाँ होती हैं। अनुसन्धान के उद्देश्य के अनुसार किसी एक विधि को अपनाया जा सकता है। उदाहरणार्थ, कतारों को वर्णमाला के अनुसार एक क्रम से लिखा जा सकता है। उसी प्रकार स्थान के अनुसार, समय के अनुसार और महत्त्व के अनुसार भी सूचनाओं को अथवा तथ्यों को पंक्तियों में लिखा जा सकता है।

5. **स्तम्भों का क्रम (Sequence of Columns)** : कतारों के समान ही कॉलमों को भी कई प्रकार के क्रमों में लिखा जा सकता है। इसके लिए निम्नलिखित बातों की आवश्यकता होती है :

(क) प्रथम कॉलमों में प्रायः विवरण लिखा जाता है जिससे कि आगे लिखी संख्याओं का परिचय प्राप्त हो।

(ख) अधिक महत्वपूर्ण सूचना यथासम्भव बायीं ओर के कॉलमों में लिखी जानी चाहिए।

(ग) तुलना की जाने वाली संख्याओं को पास-पास देना चाहिए जैसे पुरुष-स्त्री, शिक्षित-अशिक्षित।

(घ) संख्याओं के प्रतिशत माध्य अथवा अनुपात को उन संख्याओं के बगल में ही रखना चाहिए।

6. **स्तम्भों का विभाजन (Division of Columns)** : यदि आँकड़ों या तथ्यों को कई वर्गों तथा उपवर्गों में विभाजित करके प्रदर्शित करना है तो उसी अनुसार कॉलमों का भी विभाजन कर देना चाहिए। पर यह विभाजन इस प्रकार का होना चाहिए कि एक वर्ग को दूसरे वर्ग से सरलतापूर्वक पृथक् किया जा सके। इसके लिए प्रायः उपवर्ग की रेखा पतली तथा वर्गों की रेखा गहरी अथवा लाल स्याही से बनाई जाती है। योग वाले कॉलम की रेखा भी इसी प्रकार से कुछ गहरी खींची जाती है।

7. **योग (Total)** : यदि कॉलमों को कई उपवर्गों में विभाजित किया गया है तो प्रत्येक उपवर्ग का योग अलग-अलग देना चाहिए। जैसे यदि जनसंख्या को पुरुष-स्त्रियों तथा विवाहित-अविवाहित में बाँटा गया है तो दोनों उपयोग भी पृथक्-पृथक् दे देने चाहिएँ। वैसे भी प्रत्येक कॉलम का योग अवश्य होना चाहिए। आवश्यकतानुसार प्रत्येक कॉलम का योग खड़े और पड़े दोनों रूप में दे देना अधिक सुविधाजनक होता है।

8. **टिप्पणियाँ (Notes)** : यदि सारणी में उल्लेखित संख्याओं या स्वयं सारणी के सम्बन्ध में कोई विशेष बात बतलानी हो तो उसे सारणी के नीचे एक या एकाधिक टिप्पणियों द्वारा प्रकट कर देना चाहिए। इसी प्रकार की टिप्पणियों में प्रायः सूचना के स्रोतों का अथवा कुछ विशिष्ट अपवादों का उल्लेख किया जाता है। टिप्पणी यदि किसी विशेष संख्या से सम्बन्धित है तो कोई चिन्ह जैसे तारक आदि लगाकर यह स्पष्ट कर देना चाहिए कि अमुक टिप्पणी अमुक आँकड़े से सम्बन्धित है। कभी-कभी ऐसा भी होता है कि कुछ मदों से सम्बन्धित आँकड़े उपलब्ध नहीं हो पाते हैं। ऐसी स्थिति में उस कॉलम को खाली नहीं

रखना चाहिए बल्कि कोई चिन्ह बनाकर नीचे टिप्पणी में उसे स्पष्ट कर देना चाहिए जिससे कि यह शक न रहे कि वह स्थान भूल से छूट गया है।

### 3.7. अपनी प्रगति जांचिए :

- (क) आँकड़ा विश्लेषण (सामग्री विश्लेषण) का अर्थ परिभाषित करें।
- (ख) अनुसंधान कार्य में आँकड़ों के विश्लेषण की प्रक्रिया की आवश्यकता क्यों है?
- (ग) आँकड़ों के विश्लेषण के आधार बताओ।
- (घ) विश्लेषण के चरों को परिभाषित कीजिए।
- (ङ) आँकड़ों के विश्लेषण की प्रक्रिया में अवधारणाओं के निर्माण की आवश्यकता को बताओ।
- (च) आँकड़ों के सम्पादन की प्रक्रिया का वर्णन करो।
- (छ) प्राथमिक व दैतीयक सामग्री के सम्पादन में क्या अंतर है?
- (ज) सम्पादन के समय किन तीन बातों का निरीक्षण किया जाता है?
- (झ) आँकड़ों के वर्गीकरण से आपका क्या अभिप्राय है?
- (ञ) वर्गीकरण के प्रमुख आधारों के नाम बताओ।
- (ट) आँकड़ों के वर्गीकरण के प्रकार बताओ।
- (ठ) संकेतीकरण से क्या अभिप्राय है? संकेतीकरण की प्रक्रिया के स्तर बताओ।
- (ड) आँकड़ों के सारिणीयन से क्या अभिप्राय है?
- (ढ) बनावट के आधार पर सारिणीयों के प्रकार बताओ।
- (ण) सारिणीयन के कोई तीन लाभ व महत्व बताओ।

### 3.8. अपनी प्रगति जांचिए के उत्तर :

- (क) आँकड़ों के विश्लेषण से अभिप्राय अनुसंधान के प्रश्नों का सामग्री की कोटियों, क्रमबद्धता, जोड़-तोड़ और संक्षिप्तीकरण के उत्तर प्राप्त करना है।
- (ख) तथ्यों को अर्थपूर्ण व सार्थकता प्रदान करने के लिए विश्लेषण की आवश्यकता होती है। तथ्यों का संकलन तब तक अर्थहीन होता है जब तक उनका विश्लेषण न किया जाए, विश्लेषण के माध्यम से कार्य-कारण संबंधों का ज्ञान होता है तथा अनुसंधान में परिणामों की घोषणा संभव हो जाती है।
- (ग) आँकड़ों के विश्लेषण के दो आधार होते हैं :

– इकाइयां (Units)

– चर (Variables)

(घ) चर मूल्यों का समूह होते हैं, जिस पर वर्गीकरण आधारित होता है। किसी भी अनुसंधान कार्य में तीन प्रकार के चर निहित होते हैं – स्वतंत्र चर, आश्रित चर, मध्यस्थ चर।

(ङ) आँकड़ों के विश्लेषण की प्रक्रिया में तथ्यों के एक वर्ग की संक्षिप्त अभिव्यक्ति अवधारणा के माध्यम से ही संभव है। यह संपूर्ण परिस्थिति या प्रक्रिया को केवल एक-दो शब्दों के माध्यम से सरलतापूर्वक समझा सकती है।

(च) सामाजिक अनुसंधान में सर्वेक्षण के माध्यम से जो आधार सामग्री तैयार की जाती है, उस आधार सामग्री की जाँच, निरीक्षण या त्रुटियों के सुधार को ही सम्पादन कहते हैं।

(छ) प्राथमिक सामग्री प्राथमिक स्रोतों से प्राप्त होती है। अंत उसके सम्पादन में सरलता होती है जबकि द्वैतीयक सामग्री का सम्पादन करने के साथ-साथ अनुवीक्षण करना भी आवश्यक होता है। जिससे स्रोतों की विश्वसनीयता की जाँच-पड़ताल हो सके।

(ज) सम्पादन के समय मुख्यतः इन तीन बातों का निरीक्षण किया जाता है – पूर्णता, शुद्धता व समानता।

(झ) आँकड़ों का वर्गीकरण : सादृश्यताओं और समानताओं के अनुसार तथ्यों को समूहों या वर्गों में व्यवस्थित करने की प्रक्रिया को तकनीकी रूप में वर्गीकरण कहते हैं।

(ञ) वर्गीकरण के आधार :

– गुणात्मक

– परिमाणात्मक

– भौगोलिक

– सामयिक

(ट) वर्गीकरण के प्रकार :

– गुणात्मक वर्गीकरण

– संख्यात्मक वर्गीकरण

(ठ) संकेतीकरण एक ऐसी प्रक्रिया है जिसके द्वारा तथ्यों को वर्गों में संगठित किया जाता है और प्रत्येक पद को जो जिस वर्ग में आता है, एक संख्या या संकेत प्रदान किया जाता है।

संकेतीकरण के स्तर :

- उत्तरदाताओं के स्तर पर संकेतीकरण
- साक्षात्कारकर्त्ताओं के स्तर पर संकेतीकरण
- कार्यालय के स्तर पर संकेतीकरण

(ड) सारिणीयन :

यह आँकड़ों को कुछ स्तम्भों और पंक्तियों में प्रस्तुत करने की एक व्यवस्थित क्रमबद्धता है, जिससे उन्हें अधिक सुगमता से समझा जा सके तथा कोई भी निहित तुलना अधिक शीघ्रता से की जा सके।

(ढ) बनावट के आधार पर सारणियों के चार प्रकार होते हैं : –

- एक गुणीय सारिणीयन
- द्वि गुणीय सारिणीयन
- त्रिगुणी सारिणीयन
- बहुगुणीय सारिणीयन

(ण) सारिणीयन के लाभ/महत्त्व

- सरलता
- उद्देश्य की स्पष्टता
- तुलनात्मक अध्ययन

**3.9 माध्य प्रवृत्तियों की माप : समानान्तर माध्य, माध्यांक,**

**बहुलक माध्य व मानक विचलन**

**(Measures of Central Tendencies : Arithmetic Mean, Median, Mode,**

**Mean Deviation and Standard Deviation)**

संख्यात्मक तथ्यों का वर्गीकरण और सारणीयन करने से ही वे इतने सरल और स्पष्ट नहीं हो पाते कि उनसे शीघ्र ही कोई निष्कर्ष निकाला जा सके। इनको अधिक सरल और स्पष्ट बनाने के लिए चित्रों एवं ग्राफों की सहायता ली जाती है, परन्तु इनसे निकाले गये निष्कर्ष भी विश्वसनीय होंगे अथवा नहीं यह अनुसन्धानकर्त्ता पर निर्भर करता है। उदाहरण के लिए, यदि किसी कक्षा में 50 छात्र हैं और उनके कद संबंधी आँकड़े एकत्रित किये जाएं तो इन आँकड़ों को देखकर यह बताना कठिन होगा कि कक्षा के विद्यार्थी लम्बे

कद के हैं या छोटे कद के। इसी प्रकार यदि फर्म के श्रमिकों की आय की तुलना दूसरे फर्म के श्रमिकों की आय से करनी है तो केवल उनके द्वारा प्राप्त की जाने वाली आयों के आँकड़ों से ही किसी निष्कर्ष पर नहीं पहुँचा जा सकता कि किस फर्म के श्रमिकों को अधिक आय मिल रही है। यह तुलना तभी सम्भव है जबकि दोनों फर्मों के श्रमिकों की आय से सम्बन्धित ऐसी संख्याएं प्राप्त हो सकें जोकि दोनों फर्मों के श्रमिकों की आय का अलग-अलग प्रतिनिधित्व कर सकें। इन प्रतिनिधित्व संख्याओं की तुलना करके यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि किस फर्म के श्रमिकों को अधिक आय मिल रही है।

अतः वर्गीकृत और सारणीयन आँकड़ों को अधिक सरल संक्षिप्त और विश्वसनीय बनाने के लिए एक ऐसी संख्या ज्ञान कर ली जाए जोकि उस श्रेणी का उचित प्रतिनिधित्व कर सके। जिससे आसानी से निष्कर्ष भी निकाला जा सके। ऐसी संख्या को ही सांख्यिकीय माध्य कहते हैं। ऐसी संख्या श्रेणी विस्तार के मध्य में होती है इसलिए इस माध्य को केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप (Measure of Central Tendency) भी कहते हैं।

एक ऐसी संख्या अथवा समंक जो कि पूरी श्रेणी के गुणों का प्रतिनिधित्व करे उसे केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप कहते हैं। उदाहरण के तौर पर, यदि एक कक्षा में सांख्यिकीय पेपर में 100 में से 60 के आस पास नम्बर आते हैं तो 60 सांख्यिकीय माध्य कहलाएगा, इसी प्रकार यदि किन्हीं पाँच छात्रों के वजन के आँकड़े क्रमशः 43, 47, 45, 46, 44 हैं तो यह कहा जाएगा कि पाँचों छात्रों के कद एक दूसरे से भिन्न हैं परन्तु ध्यान से देखने पर 45 एक ऐसा अंक है जो कि पूरे समूह का प्रतिनिधित्व करता है। इसलिए 45 को सांख्यिकी में माध्य अथवा केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप कहा जाएगा।

**परिभाषाएँ** – विभिन्न विद्वानों ने इसे निम्नलिखित तरीके से परिभाषित किया है :

1. क्राक्सटन और काउडेन के अनुसार, “माध्य समकों के विस्तार के अन्तर्गत स्थित एक ऐसा मूल्य है जिसका प्रयोग समंकमाला के सभी मूल्यों का प्रतिनिधित्व करने के लिए किया जाता है।”
2. एलहान्स के अनुसार, “यह स्पष्ट है कि एक ऐसी संख्या जिसका प्रयोग सम्पूर्ण श्रेणियों का प्रतिनिधित्व करने के लिए किया जाता है, वह श्रेणी न तो न्यूनतम मूल्य रखती है और न ही उच्चतम मूल्य, बल्कि वह मूल्य तो इन दोनों सीमाओं के बीच का एक मूल्य होता है जहाँ श्रेणियों की अधिकांश इकाइयाँ एकत्र हो जाती हैं। ऐसे अंक (मूल्य) केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप अथवा माध्य कहलाते हैं।”

3. पी. वी. यंग के अनुसार "विशाल अंकों को संक्षिप्त करने के लिए आवृत्ति वितरण अत्यधिक उपयोगी है, लेकिन संक्षिप्तीकरण की प्रक्रिया सम्पूर्ण श्रेणी की विशेषताओं को एक अथवा अधिक-से-अधिक कुछ महत्वपूर्ण अंकों में संकुचित करने के द्वारा बहुत अधिक आगे बढ़ाई जा सकती है। ये अंक माध्य के रूप में जाने जाते हैं तथा वे एक चरण के विशिष्ट मूल्यों का प्रतिनिधित्व करते हैं।"

4. ए. ई. वाघ ने 'Elements of Statistical Methods' में लिखा है कि "एक औसत मूल्यों के एक समूह में से चुना गया वह मूल्य है जो उसका किसी रूप में प्रतिनिधित्व करता है।"

उपरोक्त परिभाषाओं से यह स्पष्ट है कि औसत सम्पूर्ण श्रेणियों का प्रतिनिधित्व करने वाला और केन्द्रीय मूल्य को प्रकट करने वाला एक अंक होता है जो कि उन श्रेणियों के न्यूनतम एवं अधिकतम 'मूल्य' के बीच की एक स्थिति में होता है। इस प्रकार औसत को देखकर ही सम्पूर्ण श्रेणियों की केन्द्रीय विशेषता या मूल्य का पता लगाना हमारे लिए आसान होता है। इस अर्थ में औसत विशाल संख्याओं का संक्षिप्तीकरण करने का एक साधन बन जाता है। और भी स्पष्ट रूप से 'औसत' समस्त श्रेणी का एक मूल्य (केन्द्रीय) प्रस्तुत करता है जिससे अनुसन्धानकर्ता के समक्ष उस समूह का मुख्य लक्षण स्पष्ट हो जाता है।

**3.9.1 सांख्यिकीय माध्य की उपयोगिता एवं उद्देश्य (Utility and objectives of statistical average) :** सांख्यिकीय माध्य की निम्नलिखित उपयोगिताएँ हैं –

1. **संक्षिप्त एवं सरल रूप प्रस्तुत करना (Summarization and Precision) :** माध्य का मुख्य कार्य सांख्यिकीय श्रेणी को संक्षिप्त एवं सरल रूप में प्रस्तुत करना है ताकि कोई भी व्यक्ति इनको समझ सके, इनसे किसी निष्कर्ष पर पहुँचा जा सके। उदाहरण के लिए यदि किसी देश के निवासियों की आय को व्यक्तिगत रूप में व्यक्त किया जाए तो आँकड़े जटिल और विशाल हो जाएंगे और इनसे कोई निष्कर्ष भी नहीं निकाला जा सकता। इसके विपरीत यदि औसत प्रति व्यक्ति आय के रूप में व्यक्त किया जाए तो समंक सरल, संक्षिप्त एवं समझने योग्य बन जाते हैं। आर. एल. बाउले (R. L. Bowley) के अनुसार माध्यों के प्रयोग से जटिल समूहों और विशाल संख्याओं को कुछ महत्वपूर्ण शब्दों अथवा संख्याओं में प्रस्तुत किया जा सकता है।

2. **नीति निर्धारण में सहायक (Helpful in Policy Making) :** माध्य का दूसरा उद्देश्य नीतियों का निर्धारण है। यदि देश की प्रगति के सम्बन्ध में कोई नीति निर्धारित करनी है तो देश

की औसत प्रति व्यक्ति आय द्वारा सहायता मिल सकती है। माध्यम द्वारा कीमत स्तर और उत्पादन स्तर आदि में होने वाले परिवर्तनों को भी ज्ञात किया जा सकता है और इस जानकारी के आधार पर नीतियों का निर्माण किया जा सकता है। बैंक अधिकारी भी धन रखने से सम्बन्धित नीतियों को बनाने के लिये यह देखता है कि औसत रूप में कितनी राशि एक दिन में बैंक से निकाली जा सकती है। देश की प्रगति से सम्बन्धित, कर्मचारियों का उपयुक्त महंगाई भत्ते से सम्बन्धित नीतियों को भी माध्यम द्वारा आसानी से बनाया जा सकता है।

3. तुलनात्मक अध्ययन में सहायक (**Helpful in Comparative Study**) : माध्यमों की सहायता से विभिन्न समूहों का तुलनात्मक अध्ययन सम्भव हो जाता है। माध्यम समूह को संक्षिप्त रूप में प्रकट करता है। जिससे कार्य सरल हो जाता है। उदाहरण के लिए, यदि दो फर्मों के श्रमिकों की आय के बारे में यह निष्कर्ष निकालना हो कि किस फर्म के श्रमिक को अधिक आय मिल रही है और किसको कम तो उनकी व्यक्तिगत आयों को तुलना करना चाहें तो यह व्यावहारिक नहीं होगा लेकिन यदि उनका माध्यम निकाल लिया जाए तो यह तुलना आसान हो जाएगी। जैसे यदि एक फर्म के श्रमिकों का औसत 300 रुपये है और दूसरी फर्म के श्रमिकों का औसत 350 रुपये है तो यह कहा जा सकता है कि दूसरी फर्म के श्रमिकों को अधिक वेतन मिल रहा है।

4. समग्र का प्रतिनिधित्व करना (**Representing whole**) : माध्यम का पूरे समूह का प्रतिनिधित्व करना भी मुख्य उद्देश्य है। माध्यम पूरे समूह की विशेषताओं को व्यक्त करता है। इसलिए इसे प्रतिनिधित्व संख्या भी कहते हैं।

5. सांख्यिकीय विश्लेषण का आधार (**Basis of Statistical Analysis**) : सांख्यिकीय विश्लेषण में भी माध्यमों का अत्यन्त महत्त्वपूर्ण योगदान है। सहसम्बन्ध (Correlation) काल माला का विश्लेषण (Analysis of time series), सूचकांक (Index Number), अपकीरण (Dispersion), विषमता (Skewness) आदि के अध्ययन में माध्यम आधार रूप में प्रयोग किए जाते हैं। अतः माध्यम के बिना सांख्यिकीय विश्लेषण सम्भव नहीं है।

## आदर्श माध्य के गुण

### (Properties of an Ideal Average)

माध्य पूरे समूह का प्रतिनिधित्व करता है। ऐसे मूल्य में निम्न गुण होने चाहिये ताकि समंकों का ठीक रूप से प्रतिनिधित्व हो सके।

1. **समझने में सरल (Easy to Understand)** : सांख्यिकीय विधियों का प्रयोग समंकों को संक्षिप्त तथा सरल बनाने के लिए किया जाता है। अतः माध्य ऐसा होना चाहिए जो सुगमता से समझा जा सके, अन्यथा इसका प्रयोग बहुत ही सीमित होगा।

2. **गणना में सुगम (Easy to Compute)** : माध्य की गणन—क्रिया सरल होनी चाहिये ताकि इसका प्रयोग व्यापक रूप से हो सके। यद्यपि इनका निर्धारण यथा—सम्भव सरल होना चाहिये तथापि विशेष परिस्थितियों में परिणामों की शुद्धता के लिये अधिक कठिन माध्यों का प्रयोग भी किया जा सकता है।

3. **श्रेणी के सभी मूल्यों पर आधारित (Based on all the Items of the Series)** : माध्य श्रेणी के सभी मूल्यों पर आधारित होना चाहिये ताकि एक या अधिक मूल्यों में परिवर्तन होने से माध्य में भी परिवर्तन हो सके। यदि माध्य श्रेणी के सभी मूल्यों पर आधारित नहीं है तो वह पूरे समूह का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व नहीं कर सकता।

4. **न्यूनतम तथा अधिकतम मूल्यों पर अनुचित प्रभाव से बचाव (Should not be Unduly Affected by Extreme items)** : यद्यपि माध्य सभी मूल्यों पर आधारित होना चाहिये तथापि किसी विशेष मूल्य का माध्य पर अधिक प्रभाव नहीं पड़ना चाहिये अन्यथा माध्य समंकों का सही प्रतिरूप व्यक्त नहीं करेगा।

5. **स्पष्ट व स्थिर (Rigidly defined)** : माध्य की परिभाषा स्पष्ट शब्दों में व्यक्त होनी चाहिये ताकि जो भी व्यक्ति दिये हुये समंको से माध्य निकाले वह एक ही निष्कर्ष पर पहुँचे। इसलिये यह आवश्यक है कि माध्य गणितीय सूत्र के रूप में दिया जाये। यदि माध्य के परिगणन में व्यक्तिगत प्रवृत्तियों का प्रभाव पड़ा तो फल भ्रामक तथा अशुद्ध होंगे।

6. **बीजगणितीय विवेचन सम्भव (Capable of Algebraic Treatment)** : एक अच्छे माध्य का बीजगणितीय विवेचन सम्भव होना चाहिये। उदाहरणार्थ, यदि दो कारखानों में मजदूरों की संख्या तथा औसत आय से सम्बन्धित समंक दिये गये हों तो दोनों कारखानों के मजदूरों की आय का सामूहिक माध्य निकालना सम्भव होना चाहिए।

7. **निदर्शन की भिन्नता का कम-से-कम प्रभाव (Least Effect of Fluctuations of Sampling)** : यदि एक ही समग्र में से उचित रीति द्वारा विभिन्न निदर्शन लेकर माध्य निकाले जायें तो उन माध्यों में बहुत अधिक अन्तर नहीं होना चाहिये। उदाहरणार्थ, यदि एक विश्वविद्यालय के विद्यार्थियों को दस भागों में बाँटकर 10 निदर्शन लिये गए हैं तो उनके परिणामों में बहुत अधिक असमानता नहीं होनी चाहिये।

**केन्द्रीय प्रवृत्ति या माध्य की सीमायें (Limitations of measure of Central Tendency or Average)** : सांख्यिकीय माध्यों की सीमायें निम्नलिखित हैं –

1. **विचित्र संख्याएं (Ridiculous numbers)** : जब माध्य किसी अविभाज्य इकाइयों के किसी अंश या भिन्न के रूप में निश्चित होता है, तो बड़ा हास्यपद सा लगता है। उदाहरण के लिये  $2\frac{1}{2}$  व्यक्ति प्रति परिवार,  $1\frac{1}{2}$  पशु प्रति परिवार,  $3\frac{1}{2}$  डॉक्टर प्रतिशत व्यक्ति इत्यादि।

2. **व्यक्तिगत इकाइयों की अवहेलना (Neglegence of Individual Units)** : इस अध्ययन में इकाइयों के सामूहिक गुणों पर ही ध्यान दिया जाता है तथा उनके व्यक्तिगत या विशिष्ट गुणों पर ध्यान नहीं दिया जाता।

3. **दुरुपयोग (Misuse)** : यदि माध्य का चुनाव सही ढंग से नहीं किया गया तो इसका दुरुपयोग हो सकता है और इसके परिणाम प्रभावित हो सकते हैं।

4. **गणितीय त्रुटियाँ (Mathematical Error)** : माध्य ज्ञात करते समय गणितीय त्रुटियाँ रह जाने की आशंका रहती है। इन त्रुटियों के कारण माध्य गलत हो सकता है।

5. **निष्कर्षों की अविश्वसनीयता (Unfaithfulness of Conclusions)** : माध्य द्वारा सामान्यतः वास्तविक वस्तु-स्थिति का चित्रण सम्भव नहीं हो पाता बल्कि भ्रमपूर्ण परिणाम निकलते हैं। इससे प्राप्त निष्कर्ष विश्वसनीय नहीं होते हैं।

6. **अनिश्चित तुलनाएं (Uncertain comparisons)** : माध्य द्वारा विभिन्न अंक समूहों में जो तुलना की जाती है तथा इस आधार पर जो निष्कर्ष निकाले जाते हैं उनमें निश्चितता का अभाव रहता है जिससे कभी माध्य द्वारा तुलना से कभी-कभी सही निष्कर्ष निकालना आसान नहीं होता।

माध्यों की उपरोक्त सीमाओं के बावजूद इनका प्रयोग विभिन्न क्षेत्रों में किया जाता है। सामाजिक एवं धार्मिक, राजकीय, तुलनात्मक, परिवर्तनों के क्षेत्रों, सह-सम्बन्ध का पता लगाने और विभिन्न तथ्यों के गणितीय विश्लेषण आदि में इनका उपयोग किया जाता है।

## माध्यों के प्रकार

### (Types of Mean)

माध्य के अनेक प्रकार वर्गीकृत किए गए हैं। एक माध्य को सामान्यतः निम्नांकित प्रकार से विभाजित किया जा सकता है :-

#### 1. गणितीय माध्य (Mathematical Mean)

- (A) अंकगणितीय माध्य (Mathematical Mean)
- (B) गुणोत्तर माध्य (Arithmetic Average or Mean)
- (C) हरात्मक माध्य (Harmonic Mean)
- (D) द्विघातीय माध्य (Quadratic Mean)

#### 2. स्थिति सम्बन्धी माध्य (Averages of Mean)

- (A) मध्यका (Median)
- (V) बहुलक या भूयिष्ठक (Mode)

#### 3. व्यापारिक माध्य (Commercial Mean)

- (A) चल या गतिशील माध्य (Moving Mean)
- (B) प्रगतिशील माध्य (Progressive Mean)
- (C) संग्रथित माध्य (Composite Mean)

उपरोक्त समस्त माध्यों को केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप कहा जाता है। इन्हें प्रथम दर्जे के माध्य (First Order Mean) भी कहा जाता है, लेकिन यहाँ हम तीन प्रकार के प्रमुख औसत का पृथक शीर्षकों में विस्तार से उल्लेख करेंगे –

1. अंकगणितीय माध्य (Mean),
2. बहुलक या भूयिष्ठक (Mode),
3. मध्यका (Median).

**अंकगणितीय माध्य (Arithmetic Mean) :** इसे समानान्तर माध्य भी कहते हैं। यह वह माध्य होता है जो कि समूह में आने वाले सभी मूल्यों का प्रतिनिधित्व करता है। समानान्तर माध्य सबसे अधिक प्रचलित माध्य है क्योंकि यह सरल है। इसको माध्य भी कहते हैं। समानान्तर माध्य को समक्ष पदों के मूल्यों के योग को पदों की संख्या से भाग देने पर प्राप्त किया

जाता है। अतः इसको निकालने के लिए समस्त पदों का प्रयोग किया जाता है। इसका प्रतिनिधित्व और भी बढ़ जाता है।

**परिभाषाएँ :** विभिन्न विद्वानों ने इसे निम्नलिखित तरीके से परिभाषित किया है –

घोष तथा चौधरी के अनुसार, “समान्तर माध्य जिसे कि समान्तर माध्य या केवल मध्यक भी कहते हैं यह वह परिणाम है जो कि किसी चल में पदों के मूल्यों के योग को उनकी संख्या से भाग देकर प्राप्त होता है।”

सेक्राइस्ट के शब्दों में, “किसी श्रेणी के पदों के मूल्यों के योग में उनकी संख्या से भाग देने से प्राप्त संख्या समान्तर माध्य है।”

किंग के शब्दों में, “किसी श्रेणी के पदों के मूल्यों के योग में उनकी संख्या का भाग देने से जो मूल्य प्राप्त होता है, उसे समान्तर माध्य के रूप में परिभाषित किया जा सकता है।”

एफ. सी. मिल के अनुसार, “समान्तर माध्य एक वितरण के केन्द्र बिन्दु है।

क्राक्सटन और काउडेन के अनुसार, “किसी समंक श्रेणी का समान्तर माध्य उस श्रेणी के मूल्यों को जोड़कर उसकी संख्या का भाग देने से प्राप्त होता है।”

अतः उपरोक्त परिभाषाओं से यह स्पष्ट है कि समान्तर माध्य वास्तव में औसत निकालना है।

**समान्तर माध्य की विशेषताएँ**

**(Characteristics of Mean)**

1. समान्तर माध्य केन्द्रीय प्रवृत्ति के आकलन की एक सरलतम प्रणाली है। मदों की कुल संख्या का मदों के मूल्यों के कुल योग में भाग देने से माध्य प्राप्त हो जाता है।
2. इसमें प्रत्येक व्यक्तिगत इकाई के मूल्य को समान रूप से महत्त्व दिया जाता है।
3. इसमें मदों के मूल्यों को विशेष महत्त्व दिया जाता है।
4. समान्तर माध्य के आकलन में प्रत्येक मद की तथा उसके मूल्य की गणना केवल एक बार की जाती है।
5. कुल मदों की संख्या की समान्तर माध्य से गुणा करने पर मदों के मूल्यों के योग का आकलन किया जा सकता है।

## सरल समान्तर माध्य के परिगणन की विधि

### (Method of Calculating Simple Arithmetic Mean)

सरल समान्तर माध्य का निर्धारण अत्यन्त सुगम है। इसकी गणन-क्रिया की व्याख्या निम्न भागों में की गई है :

1. व्यक्तिगत श्रेणी में समान्तर माध्य का परिगणन (Calculation of Arithmetic Mean in Individual Observations)
2. खण्डित श्रेणी में समान्तर माध्य का परिगणन (Calculation of Arithmetic Mean in Discrete Series)
3. खण्डित श्रेणी में समान्तर माध्य का परिगणन (Calculation of Arithmetic Mean in Continuous Series)

व्यक्तिगत श्रेणी में समान्तर माध्य का परिगणन

### (Calculation of Arithmetic Mean in Individual Series)

व्यक्तिगत श्रेणी में समान्तर माध्य दो प्रकार से ज्ञात किया जा सकता है :

- (i) प्रत्यक्ष रीति (Direct Method),
- (ii) लघु रीति (Short-cut Method).

(a) **प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)** : इस रीति के अन्तर्गत सब मदों के मानों को जोड़कर मदों की संख्या से भाग दे दिया जाता है। इस प्रकार जो अंक प्राप्त होता है उसे समान्तर माध्य कहते हैं। सूत्र से रूप में :

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + \dots + X_n}{N}$$

$X_1, X_2$  आदि श्रेणी के विभिन्न मान (Different Values of the Variable);

$N$  = मदों की संख्या (Number of Observations)

संक्षिप्त रूप में,

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

$\bar{X}$  = समान्तर माध्य (Arithmetic Means),  $N$  = मदों की संख्या (Number of Observation).

$\Sigma X$  = चल  $X$  के विभिन्न मानों का योग (Sum of the different values of the variable  $X$ )

उदाहरण – एक कक्षा में 10 विद्यार्थी हैं। सांख्यिकी की एक मासिक परीक्षा में उनके अंक इस प्रकार हैं :

रोल नम्बर : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

अंक : 90, 65, 45, 58, 62, 72, 70, 40, 25, 33

समान्तर माध्य ज्ञात कीजिये।

हल : समान्तर माध्य का परिगणन प्रत्यक्ष रीति द्वारा

रोल	
नं. (Roll No)	अंक (X)
1	90
2	65
3	45
4	58
5	62
6	72
7	70
8	40
9	25
10	33
N = 10	ΣX = 560

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N} = \frac{560}{10} \text{ अर्थात् औसत अंक} = 56$$

**(b) संक्षिप्त विधि (Short-cut Method) :** लघु रीति से समान्तर माध्य की गणना इस प्रकार से ही जाएगी।

(i) सबसे पहले दिए गए मूल्यों में से या, बाहर से किसी भी संख्या को कल्पित माध्य माना जाता है।

(ii) प्रत्येक पद-मूल में से कल्पित माध्य (A) को घटाकर विचलन ज्ञात किया जाता है।

(iii) उपर्युक्त विचलनों का योग कर लिया जाता है।

$$\text{सूत्र } \bar{X} = A + \frac{\Sigma d}{N}$$

A = कल्पित माध्य

Σd = विचलनों का बीजगणितीय योग

N = पदों की संख्या

उदाहरण

छात्रों के नाम	प्राप्तांक	विचलन (d) A= 25 (X-A)
A	15	-10
B	<u>38</u>	+13
C	13	-12
D	95	+70
E	65	+40
F	62	+37
G	18	-7
H	48	+23
I	53	+28
J	71	+26
N = 10		Σd = 208

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma d}{N} = 25 + \frac{208}{10} = 25 + 20.8 = 45.8$$

विच्छिन्न श्रेणी में समान्तर माध्य का परिगणन

### (Calculation of Arithmetic Mean in Discrete Series)

उपर्युक्त दोनों विधियों द्वारा विच्छिन्न श्रेणी में भी समान्तर माध्य ज्ञात किया जा सकता है। परन्तु विच्छिन्न श्रेणी में आवृत्तियाँ होती हैं इसलिए सूत्र भिन्न हैं। जब प्रत्यक्ष विधि का प्रयोग किया जाता है जो सूत्र इस प्रकार होगा :

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fX}{N}$$

$\Sigma fX$  = चल तथा आवृत्तियों का गुणाओं का योग (Sum of the products of frequency and the variable),  $N$  = आवृत्तियों का योग (Number of observations or  $\Sigma f$ )

विधि : 1. चल के प्रत्येक मूल्य को उसकी आवृत्ति से गुणा किजिए और सभी गुणनफलों को जोड़ लीजिये।

2. प्राप्त गुणनफल को आवृत्तियों के कुल योग से भाग दीजिये।

उदाहरण : एक कक्षा के 60 विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त निम्न अंकों से औसत अंक निकालिये :

अंक	विद्यार्थियों की संख्या	अंक	विद्यार्थियों की संख्या
20	8	50	10
30	12	60	6
40	20	70	4

हल : अंकों को  $X$  से तथा विद्यार्थियों की संख्या को  $f$  से प्रदर्शित कीजिए :

समान्तर माध्य का परिगणन प्रत्यक्ष रीति द्वारा

अंक X	विद्यार्थियों की संख्या f	fX
20	8	160
30	12	360
40	20	800
50	10	500
60	6	360
70	4	280
	N= 60	ΣfX = 2,460

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fX}{N} = \frac{2.460}{60} = 41 \text{ अंक}$$

लघु विधि (Short-cut method) जब लघु विधि का प्रयोग किया जाता है तो सूत्र इस प्रकार होगा :

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma d}{N}$$

विधि :

1. एक कल्पित समान्तर माध्य लीजिये।
  2. चल मूल्यों को कल्पित समान्तर माध्य से हटाकर विचलन (deviations) निकालिये।
  3. प्राप्त विचलनों को उनकी आवृत्तियों से गुणा कीजिये और जोड़ लीजिये अर्थात्,  $\Sigma fd$  निकालिये।
  4. इस प्रकार प्राप्त योग को कुल आवृत्ति से विभाजित कीजिये।
  5. भागफल यदि धन में आये तो कल्पित समान्तर माध्य में जोड़ दीजिये और ऋण में आये तो कल्पित समान्तर माध्य में से घटा दीजिये। इस प्रकार प्राप्त संख्या समान्तर माध्य होगी।
- उपर्युक्त प्रश्न को लघु रीति द्वारा हल किया गया है।

समान्तर माध्य का परिगणन लघु विधि द्वारा

अंक X	विद्यार्थियों की संख्या f	(X- 40) d	fd
20	8	- 20	- 160
30	12	- 10	- 120
40	20	0	0
50	10	+10	+100
60	6	+20	+120
70	4	+30	+120
	N = 60	Σfd = 60	

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fd}{N} = 40 + \frac{60}{60} = 40 + 1 = 41$$

अखण्डित (सतत) श्रेणी का माध्य निकालना

**(Calculation of Mean in Continuous Series)**

यदि वर्गान्तरों (Class Intervals) : की आवृत्ति आ बारम्बारता (Frequency) दी हुई है तो भी माध्य निकालने की दो विधियाँ हैं एक तो प्रत्यक्ष विधि और दूसरी संक्षिप्त या लघु विधि। इन दोनों विधियों के सम्बन्ध में यहाँ अलग-अलग विवेचना की जाती है।

**(क) प्रत्यक्ष विधि (Direct Method) :** प्रत्यक्ष विधि द्वारा अखण्डित श्रेणियों का माध्य बिल्कुल उसी तरह निकाला जाता है जैसे प्रत्यक्ष विधि द्वारा खण्डित श्रेणियों का माध्य निकाला जाता है। केवल इसमें एक चरण अधिक इस रूप में हो जाता है कि इसमें वर्गान्तरों (Class Intervals) का मध्य-मूल्य या मध्यमान निकाल लिया जाता है और इस प्रकार अखण्डित श्रेणी खण्डित श्रेणी में बदल जाती है। इस प्रकार प्रत्यक्ष विधि को हम निम्न रूप में प्रस्तुत कर सकते हैं –

(क) प्रत्येक वर्गान्तर का मध्यमान मालूम कीजिए। यह मध्यमान किसी वर्गान्तर की उच्चतर सीमा (Upper Limit) तथा निम्नतर सीमा (Lower Limit) के योग का आधा होता है। इस प्रकार यदि कोई वर्गान्तर सीमा (Class Interval) 10 - 15 है तो इसका मध्यमान  $\frac{10+15}{2} = 12.5$  होगा।

(ख) प्रत्येक वर्गान्तर की आवृत्ति (f) से उसी वर्गान्तर के मध्यमान (x) को गुणा कीजिए और उनका गुणनफल (fx) मालूम कीजिए।

(ग) तत्पश्चात् उपरोक्त गुणनफलों का योग ( $\Sigma fx$ ) तथा आवृत्तियों का योग ( $\Sigma f$  अर्थात् n) ज्ञात कीजिए।

(घ) गुणनफलों के योग ( $\Sigma fx$ ) का आवृत्तियों के योग (n) से भाग देकर लब्धि मालूम कीजिए।

(ङ) यही लब्धि माध्य होगा।

अतः संक्षिप्त विधि के सूत्र को हम इस प्रकार लिख सकते हैं –

$$\text{माध्य } M = \frac{\Sigma fx}{n}$$

यदि संकेताक्षर  $n$  के स्थान पर  $\Sigma f$  का प्रयोग किया जाये तो माध्य का सूत्र इस प्रकार होगा।

$$M = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

उपरोक्त दो सूत्रों में से किसी भी सूत्र की सहायता से माध्य की गणना की जा सकती है। उत्तर या परिणाम एक ही होगा। उदाहरण: निम्न सारणी में भारत इलेक्ट्रॉनिक्स लि. के 65 कर्मचारियों की साप्ताहिक मजदूरी का आवृत्ति बंटन दिया हुआ है। प्रत्यक्ष विधि द्वारा समान्तर माध्य की गणना कीजिये।

मजदूरी (रुपयों में)	कर्मचारियों की संख्या
50 - 60	8
60 - 70	10
70 - 80	16
80 - 90	14
90 - 100	10
100 - 110	5
110 - 120	22

हल: प्रत्यक्ष विधि (जैसा कि ऊपर स्पष्ट किया गया है) द्वारा समान्तर माध्य ज्ञात करने के लिये हमें सर्वप्रथम मध्यमान ( $x$ ) ज्ञात करने उसी आधार पर  $fx$  और फिर  $\Sigma fx$  एवं  $\Sigma f$  अर्थात्  $n$  मालूम करना होगा। यह कार्य उपरोक्त सारणी को इस प्रकार प्रस्तुत करने का सम्भव होगा –

सारणी नं. 5

मजदूरी (रुपयों में)	कर्मचारियों की संख्या ( $f$ )	मजदूरी वर्गों के मध्यमान ( $x$ )	मजदूरी (मध्यमान) और कर्मचारियों की संख्या का गुणनफल ( $fx$ )
50 - 60	8	$\left(\frac{50+60}{2}\right) = 55$	$(8 \times 55) = 440$
60 - 70	10	$\left(\frac{60+70}{2}\right) = 65$	$(10 \times 65) = 650$
70 - 80	16	$\left(\frac{70+80}{2}\right) = 75$	$(16 \times 75) = 1200$
80 - 90	14	$\left(\frac{80+90}{2}\right) = 85$	$(14 \times 85) = 1190$
90 - 100	10	$\left(\frac{90+100}{2}\right) = 95$	$(10 \times 95) = 950$

100 - 110	5	$\left(\frac{100+110}{2}\right) = 105$	$(5 \times 105) = 525$
110 - 120	2	$\left(\frac{110+120}{2}\right) = 115$	$(2 \times 115) = 230$
योग	$\Sigma f$ अर्थात् $n = 65$		$\Sigma fx = 5185$

प्रत्यक्ष विधि द्वारा समान्तर माध्य का (M) सूत्र –

$$M = \frac{\Sigma fx}{n} \text{ अथवा } \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$= \frac{5185}{65} = 79.77$$

= अतः औसत साप्ताहिक मजदूरी = 79.77 रुपये

**(ब) संक्षिप्त विधि (Short-cut Method) :** यह संक्षिप्त विधि भी खण्डित श्रेणियों का माध्य निकालने के लिये प्रयोग की जाने वाली संक्षिप्त विधि के ही समान है, केवल इसमें भी वर्गान्तरों का मध्यमान निकाल लिया जाता है। अतः इस संक्षिप्त विधि हो हम इस प्रकार प्रस्तुत कर सकते हैं :

(क) प्रत्येक वर्गान्तर (Class Interval) का मध्यमान (x) ज्ञात कीजिये। यह मध्यमान किसी वर्गान्तर की उच्चतर सीमा तथा निम्नतर सीमा के योग का आधा होगा।

(ख) किसी वर्गान्तर के मध्यमान को कल्पित माध्य (A) मान लीजिये। पर ऐसा करते समय दो बातों का ध्यान रखिए – प्रथम तो यह कि वह कल्पित माध्य उस वर्गान्तर का मध्यमान हो जिसकी बारम्बारता अर्थात् आवृत्ति (frequency) सब से अधिक हो और द्वितीय वह कल्पित माध्य उस वर्गान्तर का मध्यमान हो जो दिए हुए वर्गान्तरों के लगभग मध्य में हों।

(ग) प्रत्येक वर्गान्तर (Class Interval) के मध्यमान (x) तथा कल्पित माध्य (A) का अन्तर (x - A) ज्ञात कीजिये अर्थात् कल्पित माध्य से वर्गान्तर के मध्यमानों का विचलन (d) मालूम करना होगा।

(घ) तत्पश्चात् प्रत्येक आवृत्ति (f) से उससे सम्बन्धित विचलन (d) को गुणा करके सभी गुणनफलों (fd) के योग ( $\Sigma fd$ ) को मालूम कीजिये।

(ङ) इस प्रकार प्राप्त योग ( $\Sigma fd$ ) को आवृत्तियों के योग ( $\Sigma f$  अर्थात् n) से भाग देकर लब्धि ज्ञात कीजिये। इस लब्धि को कल्पित माध्य (A) के साथ जोड़ दीजिये।

(च) यही जोड़ समान्तर माध्य होगा।

इस विधि को यदि एक सूत्र द्वारा प्रदर्शित किया जाए तो वह इस प्रकार होगा –

$$M = A + \frac{\Sigma fd}{N}, \quad \text{अथवा} \quad A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

उदाहरण: उदाहरण में दिए गए प्रश्न को ध्यान में रखते हुए, संक्षिप्त विधि द्वारा समान्तर माध्य ज्ञात कीजिये।

हल: प्रस्तुत प्रश्न को ऊपर बतायी गयी विधि के अनुसार हल करने के लिये हमें उदाहरण 5 की सारणी को इस रूप में प्रस्तुत करना होगा –

सारणी नं. 7

मजदूरी (रुपयों में)	कर्मचारियों की संख्या (f)	मजदूरी वर्गों के मध्यमान (x)	कल्पित माध्य (A = 75) से मध्यमानों (x) का विचलन (x = A = d)	कर्मचारियों विचलन तथा की संख्या (आवृत्ति) (fd)
50 - 60	8	$\left(\frac{55+60}{2}\right) = 55$	$(55 - 75) = -20$	$8 \times -20 = -160$
60 - 70	10	$\left(\frac{60+70}{2}\right) = 65$	$(65 - 75) = -10$	$10 \times -10 = -100$
70 - 80	16	$\left(\frac{70+80}{2}\right) = 75$	$(75 - 75) = -0$	$16 \times 0 = 0$
80 - 90	14	$\left(\frac{80+90}{2}\right) = 85$	$(85 - 75) = +10$	$14 \times 10 = +140$
90 - 100	10	$\left(\frac{90+100}{2}\right) = 95$	$(90 - 75) = +20$	$10 \times 20 = +200$
100 - 110	15	$\left(\frac{100+110}{2}\right) = 105$	$(105 - 75) = +30$	$5 \times 30 = +150$
110 - 120	2	$\left(\frac{110+120}{2}\right) = 115$	$(115 - 75) = +40$	$2 \times 40 = +80$
	f अर्थात् n = 65			fd = (+570 260) = +314

संक्षिप्त विधि द्वारा समान्तर माध्य का (M) सूत्र –

$$M = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \quad \text{अथवा} \quad A + \frac{\Sigma fd}{n}$$

यहाँ A = 75 (कल्पित माध्य)

$$\Sigma fd = +310$$

$\Sigma f$  या  $n = 65$  (कर्मचारियों की कुल संख्या)

$$\therefore M = 75 + \frac{310}{65}$$

$$= 75 + 4.77$$

$$= 79.77$$

अतः औसत साप्ताहिक मजदूरी = 79.77 रुपये

**समानान्तर माध्य के गुण (Merits of Mean) :** समानान्तर माध्य के गुण निम्नलिखित हैं :

1. समानान्तर माध्य को समझना सबसे सरल है।
2. समानान्तर माध्य की गणना कई माध्यों से सरल है।
3. समानान्तर माध्य श्रेणी में आए सभी पदों पर आधारित होता है।
4. समानान्तर माध्य का बीजगणितीय विवेचन सम्भव है।
5. समानान्तर माध्य पर निदर्शन के परिवर्तन का बहुत कम प्रभाव पड़ता है।
6. समानान्तर माध्य स्पष्टतः परिभाषित होता है और इसीलिए इसमें कोई सन्देह नहीं होता।
7. समानान्तर माध्य निकालने के लिए विभिन्न श्रेणियों के अंकों को किसी व्यस्थित क्रम में रखने की आवश्यकता नहीं पड़ती। अंक जैसे भी दिए होते हैं उसी रूप में उनका प्रयोग करके माध्य निकाला जा सकता है।
8. समानान्तर माध्य निकालने के लिए श्रेणियों के सभी पदों के बारे में जानकारी आवश्यक नहीं है। यदि अंकों का अथवा पद के परिणामों का कुल योग एवं उनकी संख्या मालूम है तो उनके द्वारा समानान्तर माध्य ज्ञात किया जा सकता है।
9. समानान्तर माध्य तुलनात्मक अध्ययन के लिए अत्यन्त उपयोगी होता है।
10. समानान्तर माध्य को विशेष रूप से विभिन्न गतियों का औसत निकालने के लिए प्रयोग किया जाता है।

**दोष (Demerits) :** समानान्तर माध्य के दोष निम्नलिखित हैं –

1. समानान्तर माध्य गतिशील और प्रतिगामी प्रवृत्तियों अर्थात् बढ़ती हुई प्रवृत्तियों और घटती हुई प्रवृत्तियों की ओर संकेत नहीं करता। कभी-कभी इससे भ्रामक परिणाम प्राप्त होते हैं।
2. समानान्तर माध्य की गणना गुण सम्बन्धी आँकड़ों के लिए नहीं की जा सकती।

3. समानान्तर माध्य निकालने के लिए यह आवश्यक है कि पदमाला के समस्त पदों के मापों का योग अथवा अलग-अलग माप मालूम हो यदि थोड़े से पद छूट जाएँ तो माध्य ज्ञात नहीं किया जा सकता।
4. यह आवश्यक नहीं है कि किसी श्रेणी का समान्तर माध्य श्रेणी भी हो। उदाहरण के लिए 12, 14, 16, 18, 20, 24 का समानान्तर माध्य 17.33 है जो कि इस श्रेणी में नहीं है।
5. समानान्तर माध्य न्यूनतम और अधिकतम पदों से अनुचित रूप से प्रभावित हो जाता है।
6. यदि पदों की संख्या अधिक है तो इसे निरीक्षण मार्ग से ही ज्ञात नहीं किया जा सकता। बड़ी संख्या में बड़े-बड़े जोड़, गुणा, भाग आदि करने की आवश्यकता होती है जो कि साधारण व्यक्ति के लिए सरल नहीं होता है।

### 3.9.2 मध्यका

#### (Median)

मध्यका (Median) एक स्थिति सम्बन्धी माध्य है। ऐसे माध्य जो कि किसी समंक-श्रेणी के अन्तर्गत किसी विशेष स्थिति को दर्शाते हैं या जिन्हें किसी विशिष्ट स्थिति पर निर्धारित किया जाता है, स्थिति सम्बन्धी माध्य (Averages of Position) कहा जाता है। मध्यका किसी समंक श्रेणी (Statistical Series) के "मध्य वाले पद" के मूल्य को कहते हैं। जबकि किसी समंक श्रेणी के मूल्यों को आरोही (Ascending) अथवा अवरोही (Descending) क्रम में व्यवस्थित कर लिया जाता है। इस प्रकार मध्यका समंक श्रेणी को दो बराबर भागों से विभाजित करती है। मध्यका के एक भाग में सभी पद मध्यका से छोटे एवं दूसरे भाग में सभी पद मध्यका से बड़े होंगे। उदाहरण के लिए, यदि एक परिवार के पाँच भाइयों की लम्बाई क्रमशः 48", 52", 63", एवं 69" है तो 63" लम्बाई मध्यका कही जाएगी। 63" से कम दो भाइयों की लम्बाई है, एवं 63" से अधिक भी दो भाइयों की लम्बाई है। इस प्रकार आरोही अथवा अवरोही, किसी क्रम की श्रृंखला में समस्त श्रेणी अथवा पदों के अर्द्ध बिन्दु पर निर्धारित पद का मूल्य ही मध्यका मानी जाएगी। हमें ध्यान रखना चाहिए कि मध्य पद स्वयं ही मध्यका नहीं होती, बल्कि उस पद का माप अथवा मूल्य मध्यका मानी जाती है।

## माध्यिका/मध्यांक का अर्थ व परिभाषा

### (Meaning and Definition of Median)

मध्यिका को परिभाषित करते हुए कोनोर (Connor) ने 'Statistics in Theory and Practice' में लिखा है कि "मध्यिका समंक श्रेणी का वह पद-मूल्य है जो समूह को दो समान भागों में इस प्रकार विभाजित करता है कि एक भाग में समस्त मूल्य मध्यिका से अधिक और दूसरे भाग में समस्त मूल्य मध्यिका से कम होते हैं।

चतुर्वेदी (Chaturvedi) के अनुसार, "यदि एक श्रेणी (Series) के पदों को उनके परिणामों के आधार पर आरोही अथवा अवरोही क्रमों से लगाया जाए तो बिल्कुल बीच वाली राशि के मान या माप को माध्यिका या मध्यांक कहते हैं।"

घोष तथा चौधरी (Ghosh and Chowdhury) के अनुसार, "मध्यांक श्रेणी में उस पद का मूल्य है जो कि श्रेणी को दो बराबर भागों में बाँटता है जिसमें से एक भाग में मध्यांक से कम और दूसरे भाग में मध्यांक से अधिक मूल्य होते हैं।"

एल्हान्स (D.N. Elhance) के शब्दों में, "जब एक समंक माला आरोही अथवा अवरोही क्रम में व्यवस्थित होती है तो इस समंक माला को दो बराबर भागों में विभाजित करने वाले मध्य मूल्य को हम मध्यांक कहते हैं।"

### माध्यिका की विशेषताएँ (Characteristics of Median) :

1. माध्यिका का निर्धारण करने के लिए पदों को आरोही (बढ़ते हुए) या अवरोही (घटते हुए) क्रम में व्यवस्थित किया जाता है।
2. माध्यिका समंकमाला के केन्द्र में स्थित पद का मूल्य होता है।
3. माध्यिका सम्पूर्ण समंक-श्रेणी को दो बराबर-बराबर भागों में बाँटती है तथा विभाजित करती है।
4. माध्यिका को पद-मूल्यों की क्रमिक वृद्धि पर आधारित किया जाता है। जिसके एक ओर मूल्य कम तथा दूसरी ओर अधिक मूल्य होते हैं।

मध्यांक गणना करने की विधियाँ (Methods of Calculation Median) : सबसे पहले मदों को आरोही या अवरोही क्रम में अनुविन्यासित करते हैं।

यदि N विषय संख्या में है  $M = \text{size of } \left( \frac{N+1}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item. or}$

$$M = \left( \frac{N+1}{2} \right) \text{ वें पद का मान}$$

यदि N सम संख्या में है तो –  $M = \frac{1}{2} \left[ \frac{N}{2} \text{ वे पद का मान} \left( \frac{N}{2} + 1 \right) \text{ वे पद का मान} \right]$   
मध्यांक की गणना भिन्न-भिन्न सारणियों में भिन्न प्रकार से होती है।

**I. व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series) :** इसमें मध्यांक ज्ञात करने के लिए, हमें सर्वप्रथम वह निश्चित करना पड़ता है कि पदों को आरोही क्रम में या अवरोही क्रम में से किस में रखा जाये। उसके बाद उक्त सूत्र का प्रयोग करते हैं।

$$\text{मध्यका संख्या} = \frac{N+1}{2}$$

उदाहरण : निम्न समकों से मध्यांक करो – 520, 20, 340, 190, 35, 800, 1210, 50 व 80 पदों को आरोही क्रम में रखने पर :

क्रम संख्या	पद
1	20
2	35
3	50
4	80
5	190
6	340
7	520
8	800
9	1210

$$\text{मध्यांक} = \frac{N+1}{2} \text{ वां पद} = \frac{9+1}{2} = 5$$

यहाँ 5 वाँ पद 190 है अतः यही मध्यिका है।

**II. विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series) :** विच्छिन्न श्रेणी में मध्यिका ज्ञात करने की वही रीति है जो व्यक्तिगत श्रेणी में थी। सर्वप्रथम यह जरूरी है कि वह आरोही या अवरोही क्रम में रखे, यहाँ पदों की संचयी आवृत्ति निकालनी पड़ती है, जिससे मध्यिका की क्रम संख्या ज्ञात हो जाती है। इसके पश्चात् सूत्र का प्रयोग करते हैं। जिस संचयी आवृत्ति में यह क्रम संख्या प्रथम बार सम्मिलित होते हैं, उस संचय आवृत्ति के सामने का मूल्य ही मध्यांक होता है।

उदाहरण : निम्न सारणी की मध्यिका ज्ञात कीजिए –

पद आकार	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
आवृत्ति	2	3	8	10	12	16	10	8	6	5	6	4	3	1

हल : यहाँ पद आरोही क्रम में पहले ही अनुविन्यसित है।

पद का आकार	आवृत्ति	संचयी आवृत्ति
2	2	2
3	3	5
4	8	13
5	10	23
6	12	35
7	16	51
8	10	61
9	8	69
10	6	75
11	5	80
12	6	86
13	4	90
14	3	95
15	1	94

$$\text{मध्यांक } M = \left(\frac{N+1}{2}\right) \text{ वाँ पद} = \left(\frac{94+1}{2}\right) \text{ वाँ पद} = \frac{95}{2} \text{ वाँ पद}$$

यह संचयी आवृत्ति 51 में आता है अतः उसके सामने वाला पद आकार  $M = 7$  मध्यिका है।

**III. अखण्डित श्रेणी (Continuous Series) :** अखण्डित श्रेणी का मध्यांक मालूम करने के लिए

विभिन्न पदों की आवृत्तियों को संचयी आवृत्तियों के रूप में बदल लेते हैं, इसके पश्चात्  $\frac{n}{2}$

के सूत्र द्वारा माध्यिका को ज्ञात कर लिया जाता है। यह पद मूल्य के जिस वर्ग में मध्यांक

स्थित होता है, उसमें निम्न सूत्र के द्वारा वास्तविक मध्यांक को ज्ञात कर लिया जाता है।

$$\text{सूत्र (Formula) : } Me = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} (m - c)$$

Significance of the Formula .

(सूत्र का महत्त्व)

$Me$  = मध्यांक (Median)

$L_1$  = मध्यांक वर्ग की निम्न सीमा (Lower Limit of Median Class)

$L_2$  = मध्यांक वर्ग की उच्च सीमा (Upper Limit of Median Class)

$F_1$  = मध्यांक वर्ग की आवृत्ति (Frequency of Median Class)

$m = \frac{n}{2}$  अर्थात् कुल आवृत्तियों की आधी संख्या

(Median number i.e.  $(\frac{n}{2})$ th item)

C = मध्यांक वर्ग से पहले के वर्ग की संचयी आवृत्ति (Cumulative Frequency of the group just preceding the median class).

उदाहरण : निम्नलिखित सारणी का मध्यांक ज्ञात कीजिए।

भूमि :	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
परिवार :	29	195	241	117	52	10	6	3	2

भूमि	परिवार (f)	संचयी आवृत्ति (cf)
0-5	29	29
5-10	195	224
10-15	241	465
15-20	117	582
20-25	52	634
25-30	10	644
30-35	6	650
35-40	3	653
40-45	2	655

$$\text{मध्यांक (M)} = \frac{n}{2} = \frac{655}{2}$$

$$= 327.5 \text{ वें पद का मान}$$

उपर्युक्त सारणी में 10-15 वर्गान्तर में मध्यमान स्थित है, इस वर्गान्तर में निम्नलिखित सूत्र के द्वारा मध्यांक की गणना की जा सकती है :

$$Me = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} (m - c)$$

$$\therefore Me = 10 + \frac{15 - 10}{241} (327.5 - 224)$$

$$= 10 + \frac{5}{241} \times = 103.5$$

$$= 10 + \frac{517.5}{241}$$

$$10 + 2.1$$

$$= 12.1$$

$$\therefore \text{Median} = 12.1 \text{ उत्तर}$$

Example: Calculate the Median form the following table :

Age :	1-3	4-12	6-14	8-14	10-16	12-16	14-16
No. of Persons :	6	22	45	75	25	21	16

**Solution:**

Age	Frequency	Cum. Frequency
1-5	6	6
4-12	22	28
6-14	45	73
8-14	75	148
10-16	25	173
12-16	21	173
14-16	16	210

$$\text{Median} = \frac{n}{2} = \frac{210}{2} = 105\text{th}$$

$$\text{Me} = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} (m - c)$$

$$= 8 + \frac{14 - 8}{75} (105 - 73)$$

$$= 8 + \frac{6}{75} (32)$$

$$= 8 + \frac{192}{75}$$

$$= 8 + 2.5 = 10.5$$

Median = 10.5 उत्तर

**मध्यांक के गुण एवं दोष**

**(Merits and Demerits of Median)**

मध्यांक के कुछ गुण निम्नलिखित हैं :

(1) मध्यांक बहुत सरलता से मालूम किया जा सकता है; और साथ ही इसे समझना भी आसान है। पदों को एक क्रम से लगा देने पर मध्यांक की स्थिति का ज्ञान आसानी से हो सकता है क्योंकि इसकी स्थिति बीचों बीच में होती है।

(2) मध्यांक दिये हुए पदों का ही एक अंश होता है। इसलिये वह सम्पूर्ण समूहों का उचित प्रतिनिधित्व करता है। इसका मान सभी पदों पर आधारित होता है।

(3) यदि पदों की संख्या मालूम हो तो बिना समस्त पदों का परिणाम जाने ही माध्यांक ज्ञात किया जा सकता है। माध्यांक मालूम करने के लिये अन्तिम पदों की आवृत्तियों को जानना भी आवश्यक नहीं है, केवल पदों की संख्या मालूम होनी चाहिये।

(4) समान्तर माध्य की भाँति मध्यांक पर किसी बहुत बड़ी संख्या या छोटी संख्या का अनुचित प्रभाव नहीं पड़ता है।

(5) कुछ अधिक पदों को जोड़ देने पर भी मध्यांक का आकार अधिक बदल नहीं जाता है।

(6) मध्यांक उस समय अत्यन्त उपयोगी सिद्ध होता है जबकि अध्ययन का विषय या तथ्य की प्रकृति ऐसी हो जिसे कि निश्चित इकाइयों में मापा नहीं जाता है; जैसे कि बच्चे की बुद्धि आदि।

दोष (Demerits of Median) : मध्यांक के दोष निम्नलिखित हैं :

(1) मध्यांक का मान श्रेणी के सभी पदों पर आधारित नहीं होता।

(2) मध्यांक का बीजगणितीय सूत्र विवेचन योग्य नहीं है।

(3) मध्यांक का मान सिर्फ तभी लगाया जा सकता है जबकि श्रेणी के सभी पद आरोही अथवा अवरोही क्रम में हों।

(4) यदि पद बहुत छोटे या बड़े हो तो मध्यांक को निकालना कठिन होता है।

(5) यदि वर्ग-अन्तराल समान न हो तो मध्यांक का मान समूह को सही प्रदर्शित नहीं करता।

(6) यदि किसी समूह में बहुत से मद होते हैं तो इनकी प्रवृत्ति भिन्न-भिन्न होती है।

### 3.9.3 भूयिष्ठक या बहुलक

#### (Mode)

किसी समंक श्रेणी में जिस मूल्य की आवृत्ति सबसे अधिक होती है, उसी को बहुलक या भूयिष्ठक (Mode) कहा जाता है। इसी प्रकार भूयिष्ठक समंक श्रेणी का सर्वाधिक सामान्य मूल्य होता है। यह समंक श्रेणी या पदमाला का ऐसा मूल्य या परिणाम है, जो दिये हुए आँकड़ों में सबसे अधिक बार आता है। अंग्रेजी का 'Mod' शब्द फ्रेंच भाषा के 'La Mode' से बना है जिसका आशय 'Most Fashionable' (सर्वाधिक फैशन या रिवाज) है। औसत व्यक्ति अमुक वस्त्र पहनता है, औसत स्त्री अमुक सौन्दर्य प्रसाधन का प्रयोग करती है, औसत व्यक्ति अमुक नाप के जूते पहनता है आदि कथनों में औसत शब्द का

आशय अधिकाँश से है। यह “अधिकाँश” ज्ञात करने की विधि ही भूयिष्ठक या बहुलक है। बहुलक “सर्वाधिक घनत्व की स्थिति” (Position of greatest density) “मूल्यों के अधिकतम केन्द्रीयकरण का बिन्दु” (Point of highest concentration of value) “सर्वाधिक आने वाले पद का मूल्य” (Most Frequency occurring value) होता है। बहुलक को अनेक विद्वानों एवं साँख्यिकी शास्त्रियों ने परिभाषित किया है।

बहुलक के निर्माता जिजेक (Zizek) के अनुसार—“बहुलक वह मूल्य है जो पदों की श्रेणी अथवा समूह में सबसे अधिक बार आता है, तथा जिसके चारों ओर सबसे अधिक घनत्व में पदों का विवरण रहता है।”

क्राक्सटन एवं काउडन (Croxtton and Cowden) के अनुसार, “एक वितरण का बहुलक वह मूल्य है, जिसके निकट श्रेणी की अधिक से अधिक इकाइयाँ केन्द्रित होती हैं। उसे मूल्यों की श्रेणी का सबसे अधिक प्रतिरूपी माना जा सकता है।”

केने एवं कीपिंग (Kenny and Keaping) के अनुसार, “वितरण में सर्वाधिक आने वाले पद का मूल्य बहुलक या भूयिष्ठक कहलाता है”

गिलफोर्ड (Gilford) ने लिखा है, “माप के पैमाने पर बहुलक वह बिन्दु है, जहाँ पर वितरण में सबसे अधिक आवृत्तियाँ केन्द्रित होती हैं।”

एलहान्स (Elhance) के शब्दों में, “बहुलांक एक समंक माला का वह पद है जो सबसे अधिक बार आता है। यह श्रेणी के बहुल मूल्य का सर्वश्रेष्ठ प्रतिनिधी है, एक ऐसा प्रतिनिधी जिसे वास्तविक फैशन अथवा प्रचलन कहा जा सकता है।

**बहुलक की विशेषताएँ :** बहुलक की विशेषताएँ निम्न हैं :

1. बहुलक का मूल्य प्रायः अधिकतम आवृत्तियों से निर्धारित होता है, इकाइयों से नहीं।
2. बहुलक का मूल्य केवल एक सम्भावित मूल्य होता है जो हमेशा अस्थिर रहता है और वर्गीकरण की प्रक्रियाओं से प्रभावित होता है।
3. बहुलक का मूल्य सबसे अधिक सम्भावित मूल्य होता है जिसके आस-पास सबसे अधिक आवृत्तियाँ केन्द्रित होती हैं।
4. किसी भी एक विभाजन में दो या दो से अधिक बहुलक हो सकते हैं।
5. बहुलक का मूल्य बहुलकता की मात्रा को प्रदर्शित करता है।
6. बहुलक का मूल्य ही केवल ऐसा मूल्य है जो गुणात्मक तथ्यों के लिए भी प्रयोग किया जा सकता है।

7. बहुलक का मूल्य के लिए तथ्य को उनके आकारानुसार क्रमबद्ध करना पड़ता है।
8. बहुलक के मूल्यों को बीजगणितीय सिद्धांतों द्वारा हल नहीं किया जा सकता।
9. बहुलक का मूल्य खुले वर्गान्तरों (Open and Classes) में दिए गए तथ्यों से भी निकाला जा सकता है।

## बहुलक की गणना

### (Calculation of Mode)

बहुलक अधिकतम आवृत्ति का मूल्य होने के कारण उसे निरीक्षण द्वारा भी ज्ञात किया जा सकता है। बहुलक के गणना की विधि आवृत्ति के बंटनो पर निर्भर करती है। जो निम्नलिखित प्रकार है :

1. व्यक्तिगत श्रेणी में बहुलक का निर्धारण (Location of Mode in Individual Series) : व्यक्तिगत श्रेणी में बहुलक का निर्धारण निम्नलिखित तीन प्रणालियों के द्वारा किया जा सकता है :

- (i) निरीक्षण द्वारा,
- (ii) खण्डित श्रेणी में परिवर्तित करके, तथा
- (iii) माध्यिका एवं समान्तर माध्य के आधार पर।

(i) निरीक्षण द्वारा बहुलक का निर्धारण : व्यक्तिगत श्रेणी में बहुलक ज्ञात करने के लिए पद की आवृत्ति का निरीक्षण किया जाता है। जिस पद की आवृत्ति सर्वाधिक होती है वही बहुलक होता है। अगर पद-मूल्य क्रम नहीं होते हैं तो पहले मूल्यों को क्रम से व्यवस्थित किया जाता है उससे निरीक्षण क्रमबद्ध तथा व्यवस्थित हो जाता है। उदाहरण: एक कक्षा में 20 छात्रों के प्राप्तांक निम्नलिखित हैं, बहुलक ज्ञात कीजिए :

4, 6, 5, 8, 5, 4, 4, 6, 7, 2, 3, 8, 4, 7, 4, 2, 5, 4, 6, 3,

बहुलक का निर्धारण करने के लिए पद-मूल्यों को एक क्रम में निम्नलिखित प्रकार से पुनः व्यवस्थित करना होगा :

2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 8

पद मूल्यों का क्रम व्यवस्थित करने पर स्पष्ट होता है कि अंग 4 की आवृत्ति सर्वाधिक है। यह छः बार आया है। अतः कक्षा में 20 छात्रों के प्राप्तांक का बहुलक अंक 4 होगा।

(iii) खण्डित श्रेणी में परिवर्तित करके बहुलक का निर्धारण : जब व्यक्तिगत श्रेणी के अनेक मूल्य दो या दो से अधिक बार पाए जाते हैं तो उन्हें आरोही क्रम के अनुसार व्यवस्थित करके उनके समाने उनकी आवृत्ति लिख दी जाती है। इसके बाद निरीक्षण करके ज्ञात किया जाता है कि किस मूल्य की आवृत्ति सर्वाधिक है। सर्वाधिक आवृत्ति का मूल्य ही बहुलक होगा।

उदाहरण: छात्रों की आयु का बहुलक ज्ञात कीजिए—17, 18, 20, 15, 20, 16, 18, 21, 15, 19, 13, 15, 14, 18, 15, 22, 20, 15, 16, 15, इन आयु श्रेणियों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर :

पद—मूल्य (छात्रों की आयु) वर्षों में	आवृत्ति
13	1
14	1
15	6
16	2
17	1
18	3
19	1
20	3
21	1
22	1

उपर्युक्त पद—मूल्यों की आवृत्ति के निरीक्षण से स्पष्ट होता है कि सर्वाधिक आवृत्ति 6 बार पद—मूल्य 15 वर्ष की है, अतः छात्रों की आयु का बहुलक 15 वर्ष होगा।

(iii) माधिका तथा समान्तर माध्य के आधार पर बहुलक का निर्धारण : व्यक्तिगत श्रेणियों का बहुलक माधिका तथा समान्तर माध्य के द्वारा भी निम्नलिखित सूत्र से ज्ञात कर सकते हैं :

$$\text{सूत्र} - Z = 3M - 2\bar{X}$$

$$\text{संकेताक्षर} - Z = \text{बहुलक}$$

$$M = \text{माधिका}$$

$$\bar{X} = \text{समान्तर माध्य}$$

## विच्छिन्न श्रेणी में भूयिष्ठक का निर्धारण

### (Determination of Mode in Discrete Series)

विच्छिन्न श्रेणी में भूयिष्ठक ज्ञात करने की दो विधियाँ हैं : (i) निरीक्षण विधि (Inspection Method), तथा (ii) समूहीकरण विधि (Grouping Method).

1. **निरीक्षण विधि (Inspection Method)** : विच्छिन्न श्रेणी में केवल निरीक्षण द्वारा भूयिष्ठक ज्ञात किया जा सकता है लेकिन यह तभी सम्भव है जब आवृत्तियाँ नियमित हों अर्थात् श्रेणी के आरम्भ में आवृत्तियाँ निरन्तर बढ़ती रहें, अधिकतम आवृत्ति लगभग केन्द्र में हो और उसके बाद आवृत्तियाँ निरन्तर घटने लगें। ऐसे समूह में अधिकतम आवृत्ति बिल्कुल स्पष्ट होती है। निरीक्षण द्वारा उसका मूल्य ज्ञात कर लिया जाता है। निम्न उदाहरण से यह विधि स्पष्ट हो जायेगी :

उदाहरण : निम्न सारणी 30 व्यक्तियों का वेतन प्रदर्शित करती है। भूयिष्ठक ज्ञात कीजिये :

वेतन (रु. में)	आवृत्ति	वेतन (रु. में)	आवृत्ति
600	4	750	18
650	6	800	7
700	12	850	3

**हल** – उपर्युक्त सारणी में आवृत्तियाँ नियमित हैं। अतः निरीक्षण द्वारा भूयिष्ठक ज्ञात किया जा सकता है। श्रेणी का निरीक्षण करने से पता लगता है कि अधिकतम आवृत्ति 18 है जिसका मूल्य 750 है अर्थात् भूयिष्ठक वेतन 750 रु. है।

2. **समूहीकरण विधि (Grouping Method)** : जहाँ आवृत्तियों में अनियमितता (Irregularity) है वहाँ निरीक्षण द्वारा भूयिष्ठक ज्ञात करना कठिन है। कभी-कभी दो या दो से अधिक मूल्यों की आवृत्ति सबसे अधिक होती है यह निश्चित करना कठिन होता है कि किस मद को भूयिष्ठक माना जाये। सर्वाधिक आवृत्ति एक होने पर भी भूयिष्ठक मद सर्वाधिक आवृत्ति वाला न होकर दूसरा हो सकता है। भूयिष्ठक का ठीक पता लगाने के लिये समूहीकरण विधि (Grouping Method) का प्रयोग किया जाता है जब विधि प्रयोग में लाई जाती है तो दो सारणियाँ बनाई जाती हैं, जो इस प्रकार हैं : (a) **समूहीकरण सारणी (Grouping Table)**, तथा (b) **विश्लेषण सारणी (Analysis Table)** :

इन दोनों सारणियों के आधार पर भूयिष्ठक ज्ञात किया जाता है।

**(a) समूहीकरण सारणी (Grouping Table) :** समूहीकरण का उद्देश्य अनियमित आवृत्ति वाले वितरण में आवृत्तियों का सर्वाधिक घनत्व निश्चित करना होता है। समूहीकरण सारणी बनाने की क्रिया इस प्रकार है : एक सारणी बनाई जाती है जिसमें चल-मानों के अतिरिक्त 6 स्तम्भ होते हैं। इन स्तम्भों में आवृत्तियों का दो-दो और तीन-तीन के समूहों में समूहन (Grouping in two's and three's) निम्न क्रम से लिया जाता है :

**(i) प्रथम स्तम्भ :** प्रथम स्तम्भ में दी हुई आवृत्तियां होती हैं। इन आवृत्तियों में से अधिकतम आवृत्ति को चिन्हित किया जाता है।

**(ii) द्वितीय स्तम्भ :** दूसरे स्तम्भ में प्रथम स्तम्भ में दी हुई पहली दो आवृत्तियों का योग, फिर इसके आगे वाली दो आवृत्तियों का योग और इसी प्रकार अन्त तक दो-दो आवृत्तियों का योग लिया जाता है।

**(iii) तृतीय स्तम्भ :** प्रथम स्तम्भ में दी हुई आवृत्तियों में से पहले वाली आवृत्ति को छोड़कर दो-दो आवृत्तियों के योग लिये जाते हैं।

**(iv) चतुर्थ स्तम्भ :** प्रथम स्तम्भ में दी हुई आवृत्तियों में से पहली तीन आवृत्तियों का योग फिर आगे की तीन आवृत्तियों का योग, और इसी प्रकार आगे भी तीन-तीन आवृत्तियों का योग लेते हैं।

**(v) पंचम स्तम्भ :** प्रथम स्तम्भ में दी हुई आवृत्तियों में से पहली आवृत्ति को छोड़कर अगली तीन आवृत्तियों का योग, फिर अगली तीन आवृत्तियों का योग और इसी प्रकार आगे भी तीन-तीन आवृत्तियों का योग लेते हैं।

**(vi) षष्ठम स्तम्भ :** प्रथम स्तम्भ में दी हुई आवृत्तियों में से प्रथम दो आवृत्तियों को छोड़कर अगली तीन आवृत्तियों का योग और इसी प्रकार आगे तीन-तीन आवृत्तियों का योग लेते हैं।

उपर्युक्त स्तम्भों में समूहीकरण की संख्यायें लिखने के बाद प्रत्येक खाने की सबसे बड़ी संख्या को मोटे अक्षरों में वृत्त में लिख दिया जाता है ताकि वह अन्य संख्याओं से भिन्न लगे और सुगमता से पहचानी जा सके।

**(b) विश्लेषण सारणी (Analysis Table) :** यह सारणी उन अधिकतम आवृत्तियों (Maximum Frequencies) के आधार पर बनाई जाती है जिन्हें उपर्युक्त समूहीकरण वाली सारणी में रेखांकित (Underline) किया गया है या वृत्त में लिखा गया है। इस सारणी में छहों स्तम्भों

के सामने अधिकतम आवृत्तियों के चल-मूल्यों पर चिन्ह लगाकर उनकी गणना कर ली जाती है जिस मूल्य के सामने सबसे अधिक चिन्ह होते हैं वही भूयिष्ठक मूल्य होता है। विश्लेषण सारणी का प्रारूप नीचे दिया गया है :

### विश्लेषण सारणी का प्रारूप

स्तम्भ संख्या	चल के मान					
I						
II						
III						
IV						
V						
VI						
योग						

उदाहरण – निम्नलिखित समंकमाला से समूहीकरण विधि द्वारा भूयिष्ठक ज्ञात कीजिए :

चल :	40,	44,	48,	52,	56,	60,	64,	68,	72,	76
आवृत्ति :	10,	12,	14,	20,	15,	20,	18,	10,	8,	4

हल : भूयिष्ठक का निर्धारण (समूहीकरण सारणी)  
चल आवृत्ति

I	II	III	IV	V	VI
40	10				
44	12	22		36	
48	14		26		46
52	20	34			46
56	15		35	55	
60	20	35			53
64	18		38		
68	10	28		36	22
72	8		18		
76	4	12			

विश्लेषण सारणी

स्तम्भ

चल मूल्य

संख्या	40	44	40	52	56	60	64	68	72	76
I				1		1				
II					1	1				
III						1	1			
IV				1	1	1				
V					1	1	1			
VI			1	1	1					
योग			1	3	4	5	2			

अर्थात् सारणी से यह स्पष्ट है कि चल मूल्य 60 सबसे अधिक (पांच) बार आया है अर्थात् यही भूयिष्ठक मूल्य है।

3. अविच्छिन्न या सतत् श्रेणी में बहुलक का निर्धारण (**Location of Mode in Continuous Series**): अविच्छिन्न श्रेणी में अग्रलिखित दो विधियों द्वारा बहुलक निर्धारित किया जाता है:

- (i) निरीक्षण विधि।
- (ii) समूहन विधि।

(i) **निरीक्षण विधि** : इस विधि में आवृत्तियों का अवलोकन किया जाता है तथा ज्ञात किया जाता है कि सर्वाधिक आवृत्ति कौन-सी है तथा उसका वर्ग कौन-सा है वही बहुलक वर्ग कहलाता है। अगर सबसे अधिक आवृत्ति वाले वर्ग एक से अधिक होते हैं तो निरीक्षण विधि के स्थान पर समूहन विधि को काम में लेकर बहुलक वर्ग ज्ञात किया जाता है तथा अग्र सूत्र से परिकलन किया जाता है –

$$\text{सूत्र} - Z = \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

संकेताक्षर – Z = बहुलक या भूयिष्ठक

$L_1$  = बहुलक वर्ग की निम्न सीमा

$f_1$  = बहुलक वर्ग की आवृत्ति

$f_0$  = बहुलक वर्ग से पहले वाले वर्ग की आवृत्ति

$f_2$  = बहुलक वर्ग से बाद वाले वर्ग की आवृत्ति

$i$  = बहुलक वर्ग की निम्नतम तथा उच्चतम सीमाओं का अन्तर (वर्गान्तर)

उदाहरण – निम्नलिखित समकों से बहुलक मजदूरी की गणना कीजिए –

मजदूरी(रूपयों में)	:	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
श्रमिकों की संख्या	:	4	7	11	15	11	6	4

मजदूरी (रूपयों में) x	श्रमिकों की संख्या f
0-10	4
10-20	7
20-30	11
30-40	15
40-50	11
50-60	6
60-70	4

उपर्युक्त सारणी का निरीक्षण करने से स्पष्ट हो जाता है कि सबसे अधिक आवृत्ति 15 है इसलिए बहुलक वर्ग 30-40 है।

$$\begin{aligned} \text{सूत्र} - Z &= L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i \\ Z &= 30 + \frac{15 - 11}{2 \times 15 - 11 - 11} \times 10 \\ &= 30 + \frac{4}{8} \times 10 \\ &= 30 + \frac{40}{8} \\ &= 30 + 5 \\ Z &= 35 \end{aligned}$$

अतः बहुलक मजदूरी 35 रुपये है।

(ii) समूहन प्रणाली द्वारा बहुलक की गणना विधि : सबसे पहले खण्डित श्रेणी की तरह इसमें भी समूहन एवं विश्लेषण तालिका के द्वारा बहुलक वर्ग ज्ञात किया जाता है। इसके उपरान्त निम्नलिखित सूत्र के द्वारा बहुलक की गणना की जाती है।

$$\text{सूत्र} - X = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

मजदूरी (रूपयों में) x	श्रमिकों की संख्या						अधिकतम आवृत्तियों की संख्या	योग
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)		
0-10	3	8						
10-20	5		14	17				
20-30	9	<u>23</u>			28		11	2
30-40	<u>14</u>		<u>27</u>			<u>36</u>	1111	5
40-50	13	22		<u>36</u>			111	3
50-60	9		15		28		1	1
60-70	6							

उपर्युक्त सारणी का निरीक्षण करने से स्पष्ट हो जाता है कि सबसे अधिक आवृत्ति 15 है इसलिए बहुलक वर्ग 30-40 है।

$$\begin{aligned} \text{सूत्र} - Z &= L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i \\ Z &= 30 + \frac{14 - 9}{2 \times 14 - 9 - 13} \times 10 \\ &= 30 + \frac{5}{6} \times 10 \\ &= 30 + \frac{50}{6} \\ &= 30 + 8.33 \\ Z &= 38.33 \end{aligned}$$

**बहुलक के लाभ एवं हानियाँ**

**(Advantages and Disadvantages of Mode)**

**लाभ (Merits) :** बहुलक के लाभ निम्नलिखित हैं –

1. इसको ज्ञात करना एवं समझना सरल है।
2. यह न्यूनतम और अधिकतम पदों से प्रभावित नहीं होता।
3. भूयिष्ठक का मान ग्राफ की सहायता से भी निकाला जा सकता है।
4. सभी पदों को ध्यान में रखने की आवश्यकता नहीं पड़ती।
5. भूयिष्ठक तब अधिक उपयोगी होता है जब दो या अधिक समग्रों का मिश्रण हो। ऐसी स्थिति में माध्य या मध्यिका केन्द्रीय प्रवृत्ति को भली-भांति नहीं बता सकेगा।
6. इसकी गणना शीघ्रता, सरलता एवं यथार्थता से की जा सकती है।

7. बहुलक समंक श्रेणी का सर्वाधिक प्रतिनिधित्व मान होता है क्योंकि बहुलक वही होता है जिसकी आवृत्ति पदमात्रा में सर्वाधिक होती है।

8. बड़े पैमाने में उत्पादन करने वाले उत्पादकों के लिए बहुलक अत्यधिक महत्वपूर्ण होता है, क्योंकि बहुलक के आधार पर ही वह उत्पादन के लिए आकार को निर्धारित करते हैं।

9. यह अधिकतम इकाइयों पर प्रत्यक्ष रूप से लागू होता है। इस प्रकार यह अन्य माध्यों से अधिक श्रेष्ठ होता है।

10. यह गुणात्मक तथ्यों को प्रकट करने के लिए भी महत्वपूर्ण रूप से प्रयोग होता है।

**दोष (Demerits) :** बहुलक के लाभ निम्नलिखित हैं –

1. यह बीजगणितीय रूप में प्रयोग नहीं किया जाता।

2. यह सभी पदों को ध्यान में नहीं रखता।

3. यह प्रायः अनिश्चित होता है। यह विस्तार के साथ बदलता रहता है एक ही समंक से लोग अलग-अलग बहुलक निकाल सकते हैं।

4. इसका प्रयोग सीमित होता है। इसके लिए श्रेणी का बंटन सीमित होना चाहिए और आवृत्ति वक्र में एक ही शिखर हो। यदि आवृत्ति वक्र के एक से अधिक शिखर होंगे तो बहु-भूयिष्ठक श्रेणी हो जाएगी और भूयिष्ठक ज्ञात करना कठिन होगा।

5. कभी-कभी बहुलक का निश्चित माप सरलता से ज्ञात नहीं होता विशेष रूप से तब जबकि एक पदमाला में एक से अधिक बहुलक होते हैं।

6. भूयिष्ठक को स्पष्ट रूप से परिभाषित नहीं किया जा सकता।

7. बहुलक निकालने के लिए बहुत से सूत्र हैं और उन सबसे बहुलक का मान अलग-अलग आता है।

**बहुलक, माध्यिका और समान्तर माध्य की तुलनात्मक उपयोगिता**

**Comparative Utility of Mode, Median and Arithmetic Mean**

1. तीनों माध्यों – बहुलक, माध्यिका और माध्य की अपनी-अपनी विशेषताएँ लक्षण, सीमा तथा गणना की प्रणालियाँ भिन्न-भिन्न हैं, उनके अनुसार इनका उपयोग भी भिन्न-भिन्न है। किस अध्ययन में कौन-से माध्य का प्रकार उपयुक्त होगा यह अध्ययन के तथ्यों, सामग्री, आँकड़ों, उनकी प्रकृति तथा वर्गीकरण आदि पर निर्भर करता है। सामाजिक

अनुसन्धान तथा सामाजिक सर्वेक्षण में तीनों ही माध्यों का अपना विशेष महत्व है। तथ्यों का औसत निकालकर तीनों निष्कर्षों का सार रूप प्रस्तुत करने में बहुत उपयोगी है।

2. तीनों माध्यों का उपयोग किन्हीं तथ्यों का संक्षिप्तीकरण करने के लिए विशेष रूप से चयन किया जाता है फिर भी अगर कभी ऐसी स्थिति आ जाए कि तीनों में से सबसे उपयुक्त कौन-सा माध्य है, इसका निर्णय करना कठिन हो जाए तो समान्तर माध्य का ही चयन करना चाहिए। यह सबसे अच्छा माध्य इस रूप में है कि इसमें प्रत्येक पद के मूल्यों को समान रूप से प्रतिनिधित्व दिया जाता है।

3. जब आवृत्ति का वितरण असीमित हो तथा श्रेणी में मूल्यों तथा आवृत्ति में क्रमबद्ध वितरण न हो; कुछ में बहुत अधिक तथा कुछ में बहुत कम हो तो माध्यिका का उपयोग करना चाहिए। पूंजीगत और पिछड़े देशों में आय का वितरण बहुत असीमित होता है। वहाँ आय की केन्द्रीय प्रवृत्ति का निर्धारण करने के लिए माध्यिका सबसे उपयोगी माध्यम है।

4. कई बार अध्ययन में एक से अधिक समकों का मिश्रण हो जाता है ऐसे तथ्यों के माध्य निर्धारण के लिए बहुलक का उपयोग सर्वश्रेष्ठ रहता है। इस प्रकार के समग्र में समान्तर माध्य अथवा माध्यिका केन्द्रीय प्रवृत्ति का निर्धारण उपयुक्त नहीं कर पाते हैं। कई बार ऐसा भी होता है कि दो समष्टियों के मिश्रण में बहुलक भी दो मिल जाते हैं। ऐसी स्थिति में बहुलक की गणना करना समान्तर माध्य तथा माध्यिका की तुलना में अधिक उपयुक्त रहता है।

निष्कर्षतः यह कहना अधिक उपयुक्त होगा कि किस अध्ययन में कौन-सा माध्य अधिक उपयोगी होगा यह अनुसन्धानकर्ता, तथ्यों तथा आँकड़ों की प्रकृति, सांख्यिकी के उपयोग का स्तर, तथ्यों के चर, वर्गीकरण के आधार के उद्देश्यों आदि के आधार पर स्वयं निर्णय लेकर चयन करें।

### 3.10 अपनी प्रगति जांचिए :

- (त) आँकड़ों के सांख्यिकीय विश्लेषण से क्या अभिप्राय है?
- (थ) आँकड़ों के माध्य प्रवृत्तियों (केन्द्रवर्ती मान) का अर्थ बताएँ।
- (द) आँकड़ों के माध्य प्रवृत्तियों के माप की कितनी विधियाँ हैं?
- (ध) माध्य (मध्यमान) का अर्थ स्पष्ट करो।
- (न) मध्यांक का अर्थ बताओ।
- (प) बहुलांक का अर्थ परिभाषित करो।

(फ) किसी कक्षा के 5 छात्रों के प्राप्तांक इस प्रकार है :

10, 12, 14, 16, 18

इन प्राप्तांकों का माध्य, मध्यांक व बहुलांक ज्ञात करो।

(ब) अखण्डित श्रेणी से माध्य, मध्यांक व बहुलांक निकालने के सूत्र क्या हैं?

**3.11 अपनी प्रगति जांचिए के उत्तर :**

(त) वर्गीकृत व सारिणीयन आँकड़ों को अधिक सरल, स्पष्ट व विश्वसनीय बनाने हेतु एक ऐसी संख्या ज्ञात कर ली जाए जो उस श्रेणी का उचित प्रतिनिधित्व कर सके। उसे ही सांख्यिकीय विश्लेषण कहते हैं।

(थ) माध्य प्रवृत्ति : माध्य मूल्यों के एक समूह में से चुना गया वह मूल्य है जो उसका सही प्रतिनिधित्व करता है। इसे केन्द्रवर्ती प्रवृत्ति का माप इसलिए कहा जाता है क्योंकि व्यक्तिगत चर मूल्यों का अधिकतर उसके आस-पास जमाव होता है।

(द) माध्य प्रवृत्तियों के माप की विधियाँ :

- माध्य / मध्यमान
- मध्यांक
- बहुलांक

(ध) माध्य : इसे समानान्तर मध्यमान भी कहा जाता है। यह एक औसत है जो पद मूल्यों के जोड़ से उसकी संख्या का भाग देने से प्राप्त होता है।

(न) मध्यांक : किसी समूह के प्राप्तांकों को आरोही व अवरोही क्रम के अनुसार व्यवस्थित करने पर वह बिन्दु जिसके ऊपर तथा नीचे बराबर-बराबर प्राप्तांक की आवृत्ति होती है अर्थात् बिल्कुल बीच वाली राशि के मान या माप को मध्यांक कहते हैं।

(प) बहुलांक : यह अंग्रेजी भाषा के Mode का हिन्दी रूपान्तरण है जो फ्रेंच भाषा के "La Mode" से लिया गया है जिसका अर्थ है 'Most Fashionable' अतः बहुलांक वह मूल्य है जो पदों की श्रेणी अथवा समूह में सबसे अधिक बार आता है तथा जिसके चारों ओर अधिक घनत्व में पदों का विवरण रहता है।

(फ) छात्रों के प्राप्तांक = 10, 12, 14, 16, 18

$$\text{माध्य : } \frac{\sum x}{N} \quad \sum x = \text{प्राप्तांकों का कुल जोड़}$$

N = प्राप्तांकों की संख्या

$$\frac{\sum x}{N} = \frac{70}{5} = 14 \quad \text{माध्य} = 14$$

$$\text{मध्यांक : } \frac{N+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3 \text{ प्राप्तांकों का कुल जोड़}$$

$$\text{प्राप्तांकों की श्रेणी की तीसरी संख्या} = 14 \text{ मध्यांक} = 14$$

$$\text{बहुलांक : (3 मध्यांक - 2 माध्य)}$$

$$3 \times 14 - 2 \times 14 = 14$$

$$\text{बहुलांक} = 14$$

(ब) अखण्डित श्रेणी के माध्य, मध्यांक व बहुलांक के सूत्र

$$\text{माध्य} = M = \frac{\sum fx}{N} \text{ प्राप्तांकों का कुल जोड़}$$

$$\text{मध्यांक} = Me = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} \times i$$

$$\text{बहुलांक} = Md = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

### 3.12 सारांश :

इस समस्त अध्ययन के पश्चात् यह स्पष्ट हो जाता है कि शोधकर्ता को शोध कार्य के दौरान विभिन्न चरणों से गुजरना पड़ता है। जिसमें विभिन्न माध्यमों से प्राप्त आँकड़ों की विश्लेषण प्रक्रिया और विश्लेषण सबसे महत्वपूर्ण है क्योंकि इसके माध्यम से शोधकार्य को वैज्ञानिक स्वरूप प्रदान किया जाता है। आँकड़ों के विश्लेषण के अंतर्गत उनका वर्गीकरण, सारिणीयन संपादन व संकेतीकरण प्रक्रिया के महत्वपूर्ण पहलू हैं। जो शोधकर्ता शोध प्ररचना से पूर्णरूपेण परिचित हैं, उन्हें विश्लेषण प्रक्रिया में परेशानी नहीं आती है। अनुसंधान में विश्लेषण प्रक्रिया आँकड़ों के व्यवस्थिकरण से उसी प्रकार संबंधित है जैसे कुछ पेजों के समूह को किताब नहीं कहा जा सकता, जब तक उन्हें व्यवस्थित व क्रमबद्ध रूप प्रदान नहीं किया जाता है। विश्लेषण प्रक्रिया आँकड़ों को वैज्ञानिक आधार प्रदान करती है। शोधकर्ता द्वारा विश्लेषण की प्रक्रिया के अंतर्गत आँकड़ों को सरल, स्पष्ट व बोधगम्य बनाने हेतु इनका संपादन, वर्गीकरण, सारिणीयन व संकेतीकरण प्रदर्शन किया जाता है। सामाजिक शोध में शोधकार्य को वैज्ञानिक आधार प्रदान करने हेतु आँकड़ों के विश्लेषण की सांख्यिकीय तकनीक का भी प्रयोग किया जाता है। इसके माध्यम से

सामाजिक शोध को ना सिर्फ वैज्ञानिक आधार प्रदान किया जाता है बल्कि आँकड़ों की विश्वसनीयता भी सिद्ध होती है। सामाजिक शोध में सर्वेक्षण के माध्यम से प्राप्त आँकड़ों की श्रेणियों में केंद्रिय प्रवृत्ति मापन की तीन विधियों – माध्य, मध्यांक, व बहुलांक का प्रयोग होता है। यहाँ हमें यह ध्यान रखना चाहिए कि किसी भी अध्ययन में बहुत से चर होते हैं। इनकी प्रवृत्ति भिन्न-भिन्न होती है। किसके लिए केन्द्रीय प्रवृत्ति मापन की कौन सी इकाई प्रयुक्त करनी है, यह निर्णय शोधकर्ता पर निर्भर करता है।

### 3.13 मुख्य शब्दावली :

- **आँकड़ों का प्रक्रियाकरण :** आँकड़ों के संकलन के पश्चात विश्लेषण के लिए उन्हें विभिन्न श्रेणियों में वर्गीकृत व संपादित करने की प्रक्रिया ही प्रक्रियाकरण कहलाती है।
- **आँकड़ों का विश्लेषण :** संकलित आँकड़ों से सही परिणामों को निकालने हेतु तथ्यों को व्यवस्थित करके सरल, सुव्यवस्थित व बोधगम्य बनाने की प्रक्रिया ही विश्लेषण है।
- **आँकड़ों का संपादन :** प्राप्त तथ्यों की त्रुटियों, असंगतियों व अपूर्णताओं का निरीक्षण कर उन्हें दूर करना ही संपादन है।
- **आँकड़ों का वर्गीकरण :** आँकड़ों में पाई जाने वाली समानता व असमानता के आधार पर उनको व्यवस्थित करके श्रेणियों का निर्माण करना ही वर्गीकरण प्रक्रिया है।
- **आँकड़ों का संकेतीकरण :** आँकड़ों के वर्गीकरण के पश्चात् संख्यात्मक विवेचन के लिए उत्तरों का संकेतन करने की प्रक्रिया संकेतीकरण कहलाती है।
- **आँकड़ों का सारणीकरण :** विभिन्न वर्गों के बीच तुलनात्मक अध्ययन करने के लिए वर्गीकरण व संकेतीकरण के बाद वर्गों को सारणियों में विभाजन करना ही सारणीकरण करना है।
- **सांख्यिकीय विश्लेषण :** वह विज्ञान जो सामाजिक व्यवस्था को सामूहिक रूप में सभी दृष्टिकोणों से मापता है।

- **केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप** : सांख्यिकीय माध्यों की गणना करना ही केन्द्रीय प्रवृत्ति मापन है।
- **माध्य** : समस्त अंकों के विस्तार के अंतर्गत स्थित ऐसा मूल्य जो श्रेणी के सभी मूल्यों का प्रतिनिधित्व करता है।
- **मध्यांक** : श्रेणी के उस पद का मूल्य जो श्रेणी को दो बराबर भागों में बांटता है।
- **बहुलांक** : समंक श्रेणी का वह मूल्य या परिणाम जो दिए हुए अंकों में सबसे अधिक बार आता है।

### 3.14 अभ्यास हेतु प्रश्न :

#### (क) निम्नलिखित प्रश्नों के संक्षिप्त उत्तर दीजिए :

- (1) शोध कार्य में आँकड़ों के विश्लेषण की उपयोगिता का वर्णन करो।
- (2) विश्लेषण की प्रक्रिया के चरणों का वर्णन करो।
- (3) आँकड़ों के संपादन की आवश्यकता का वर्णन करो।
- (4) वर्गीकरण को परिभाषित करते हुए इसके उद्देश्यों का वर्णन करो।
- (5) आँकड़ों के संकेतीकरण के लाभ बताओ।
- (6) सारिणीयन की विशेषताओं का वर्णन करो।
- (7) केन्द्रीय प्रवृत्ति मापन का अर्थ बताओ।
- (8) केन्द्रीय प्रवृत्ति मापन की इकाइयों के नाम बताओ।
- (9) सांख्यिकीय में माध्य की उपयोगिता का वर्णन करो।
- (10) अनुसंधान कार्य में सबसे अधिक किस केन्द्रीय प्रवृत्ति मापन इकाई का प्रयोग होता है?

#### (ख) निम्नलिखित प्रश्नों के विस्तारपूर्वक उत्तर दीजिए :

- (1) आँकड़ों के विश्लेषण व व्याख्या की प्रक्रिया का विस्तारपूर्वक वर्णन करो।
- (2) आँकड़ों के संपादन की प्रक्रिया से शोधकार्य के किन उद्देश्यों की प्राप्ति होती है।
- (3) आँकड़ों के वर्गीकरण को परिभाषित करते हुए इसके उद्देश्यों का वर्णन करो।
- (4) संकेतीकरण व सारिणीयन की विशेषताओं का वर्णन करते हुए इनका तुलनात्मक वर्णन करो व अंतर स्पष्ट करो।

(5) सांख्यिकीय विश्लेषण में माध्य प्रवृत्ति मापन की विधियों का विस्तृत वर्णन करो व कौन सी विधि अनुसंधान कार्य में अधिक उपयोगी होती है।

(6) यहाँ समूह के प्राप्तांकों की आवृत्ति-वितरण तालिका के रूप में व्यवस्थित की गयी है। इनके माध्य, मध्यांक व बहुलांक की गणना कीजिए।

(x)	70-74	65-69	60-64	55-59	50-54	45-49	40-44	34-39	30-34
f	2	4	6	8	15	10	7	5	3

(7) माध्य, मध्यांक व बहुलांक की तुलनात्मक उपयोगिता का वर्णन करो।

### 3.15 आप ये भी पढ़ सकते हैं :

- अर्ल बेबी, "द प्रक्टिस ऑफ सोशल रिसर्च", (थ्रटियथ एडिशन), वैड्सवर्थ पब्लिशिंग कम्पनी, न्यूयार्क, 2012
- डी.के. भट्टाचार्य, "रिसर्च मैथडोलॉजी", एक्सल बुक्स, न्यू दिल्ली, 2005
- सी.आर. कोठारी, "रिसर्च मैथडोलॉजी : मैथड्स एण्ड टैक्निक्स", (सैकिण्ड रिवाइज्ड एडिसन), न्यू एज इंटरनेशनल पब्लिशर्स (पी. लिमिटेड), न्यू दिल्ली, 2004
- राबर्ट बी.बर्नस, "इंट्रोडूक्सन टू रिसर्च मैथड्स", (फोर्थ एडिसन), सेज पब्लिकेशन्स, लंदन, 2000
- एस. सरनताकोस, "सोशल रिसर्च", (सैकिण्ड एडिसन), मैकमिलन प्रेस, लंदन, 1998
- एच.एल. मैनहिम, "सोशलोजिकल रिसर्च", दा डोरसे प्रेस, इलिनोइस, 1977
- रसेल एल. एकोफ, "डिजाइन ऑफ सोशल रिसर्च", यूनिवर्सिटी ऑफ शिकागो प्रेस, शिकागो, 1960
- राम आहूजा, "सामाजिक अनुसंधान", रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, 2010

\*\*\*